

Сергиянский Евгений Васильевич, старший преподаватель кафедры физики, биологии и инженерных технологий филиала ФГАОУ ВО «МАУ» в г. Апатиты

CFD-МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ КОМБИНИРОВАННЫХ ФЛОТАЦИОННЫХ АППАРАТОВ ДЛЯ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД

Аннотация. Статья посвящена вопросам численного моделирования гидродинамических процессов в комбинированных флотационных установках. Рассматриваются современные методы вычислительной гидродинамики (CFD), включая модели Эйлера, метода объема жидкости (VOF) и дискретных частиц (DPM), а также анализируют уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Особое внимание уделяется турбулентной модели — $k - \epsilon$ и ее применение в CFD-пакетах. Проведен сравнительный анализ программных комплексов ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics, OpenFOAM, в результате которого ANSYS Fluent выделен как наиболее универсальный и эффективный инструмент для моделирования сложных многофазных течений благодаря оптимизированным алгоритмам, обширной базе тестовых случаев и поддержке межфазных взаимодействий. Результаты исследования демонстрируют значительный потенциал CFD-моделирования для оптимизации промышленных процессов в химической, энергетической и водоочистой отраслях.

Annotation. The article focuses on numerical modeling of hydrodynamic processes in combined flotation units.. It examines modern computational fluid dynamics (CFD) methods, including Eulerian, Volume of Fluid (VOF), and Discrete Phase Models (DPM), and analyzes the conservation equations for mass, momentum, and energy. Special attention is given to the $k - \epsilon$ turbulence model and its application in CFD software. A comparative analysis of ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics, and OpenFOAM is conducted, with ANSYS Fluent identified as the most versatile and efficient tool for simulating complex multiphase flows due to its optimized algorithms, extensive test case database, and robust support for interfacial interactions. The study

demonstrates the significant potential of CFD modeling for optimizing industrial processes in chemical, energy, and water treatment industries.

Ключевые слова: комбинированный флотационный аппарат, многофазные течения, вычислительная гидродинамика, математическое моделирование, уравнения сохранения, турбулентность, CFD-пакеты, ANSYS Fluent, межфазные взаимодействия

Keywords: combined flotation apparatus , multiphase flows, computational fluid dynamics, mathematical modeling, conservation equations, turbulence, CFD software, ANSYS Fluent, interfacial interactions

Современная промышленность сталкивается с рядом экологических проблем, которые связаны с загрязнением и расходом водных ресурсов, в том числе и нерациональным их использованием. Одной из ключевых задач является разработка эффективных технологий очистки отработанных вод и дальнейшее их распределение.

Один из современных методов очистки от накопленных взвешенных частиц, нефтепродуктов - флотация в комбинированных флотационных аппаратах. Данные устройства позволяют эффективно производить очистку сточных вод, в составе которых наблюдаются частицы разного дисперсионного состава.

Для того, чтобы модернизировать работу любого аппарата необходимо понимать, как будут себя вести различные параметры, такие как поля скоростей, давлений, температуры, концентрации различных фаз и многое другое. При этом данные параметры можно определить как экспериментально, так и теоретически. Оптимизация гидродинамических режимов работы флотатора комбинированного действия, а именно снижение турбулентных режимов протекания процесса флотации, позволит добиться повышения степени очистки сточных вод.

Таким образом, одним из подходов для повышения эффективности работы комбинированного флотационного аппарата – моделирование гидродинамических режимов работы и их последующий анализ результатов.

Математическое моделирование в последние десятилетия переживает период активного развития и широкого внедрения в различные сферы человеческой деятельности, что обусловлено стремительным прогрессом вычислительных технологий и появлением новых математических методов. В технических системах, таких как авиастроение, энергетика и машиностроение, математические модели стали неотъемлемым инструментом проектирования, позволяющим с высокой точностью прогнозировать поведение сложных систем еще на этапе их разработки [1].

Изучив объект исследования, выделим основные составляющие, требуемые для моделирования гидродинамических режимов внутри комбинированного флотационного аппарата:

1. Эйлеровская многофазная модель;
2. Модель динамической сетки;
3. Модель идеального газа;
4. Пристеночный эффект;
5. Модель турбулентности

Так как в данной модели применяется гидродинамика многофазных течений (2 и более фазы), описанных Леонардом Эйлером, то для моделирования используем подход многофазного многоскоростного континуума, предложенный академиком Р.И. Нигматулиным. Это математическая модель, которая описывает движение многофазных сред с различными скоростями фаз, учитывающая их влияние друг на друга, а также на общую динамику системы [2].

Многофазные течения широко распространены в различных инженерных системах, включая химическую промышленность, энергетику, водоочистку и аэрокосмическую отрасль. Сложность взаимодействия между газовой, жидкой и твердой фазами требует применения современных методов моделирования для прогнозирования поведения потоков, оптимизации работы оборудования и обеспечения надежности технологических процессов [3].

Современные вычислительные методы, в частности методы вычислительной гидродинамики (CFD), позволяют с высокой точностью моделировать многофазные течения, включая такие явления, как фазовое разделение, турбулентность и межфазное взаимодействие [4]. Широкое применение нашли модели Эйлера, метода объема жидкости (VOF) и модели дискретных частиц (DPM). Однако остаются актуальными проблемы моделирования турбулентных многофазных течений, фазовых переходов и массопереноса, особенно в промышленных масштабах.

В данной статье рассматриваются теоретические основы и практические аспекты моделирования многофазных течений. Анализируются основные уравнения сохранения (массы, импульса и энергии), а также турбулентная модель $k - \varepsilon$. Особое внимание уделяется применению этих моделей в современных CFD-пакетах — ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics, OpenFOAM.

Современные программные комплексы для вычислительной гидродинамики предлагают различные подходы к моделированию многофазных течений, однако проведенный анализ позволяет утверждать, что ANSYS Fluent обладает наиболее сбалансированным набором характеристик для решения сложных инженерных задач. Этот вывод основан на комплексном сравнении трех ведущих CFD-пакетов: ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics и OpenFOAM.

Главным преимуществом ANSYS Fluent является его универсальность и глубокая проработка физических моделей. Пакет предлагает наиболее полную реализацию методов описания многофазных течений, включая Eulerian подход, модель объема жидкости (VOF) и смешанную модель (Mixture). Особого внимания заслуживает развитая система учета межфазных взаимодействий, включающая силы сопротивления, подъемную силу, силу виртуальной массы и турбулентной дисперсии [5]. Важным фактором является наличие специализированных модификаций моделей турбулентности для многофазных потоков, что существенно повышает точность расчетов в сложных условиях.

В отличие от ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics делает основной акцент на моделировании сопряженных физических явлений. Хотя этот пакет обладает удобным интерфейсом и мощными возможностями для анализа связанных задач (например, гидродинамики с теплопередачей или электромагнитными явлениями) [6], его специализированные функции для моделирования именно многофазных течений развиты в меньшей степени. Это проявляется в ограниченном выборе моделей межфазного взаимодействия и менее оптимизированных алгоритмах решения гидродинамических уравнений.

OpenFOAM, как открытая платформа, предоставляет исследователям максимальную гибкость в настройке расчетных алгоритмов. Однако эта особенность одновременно является и его основным ограничением - для эффективной работы с пакетом требуется высокая квалификация пользователя, а процесс подготовки и настройки модели занимает значительно больше времени по сравнению с другими аналогами.

Ключевыми аргументами в пользу выбора ANSYS Fluent как основной расчетной среды являются:

1. Оптимизированные алгоритмы решения нелинейных уравнений, обеспечивающие высокую вычислительную эффективность даже для сложных трехмерных задач [7];
2. Наличие обширной базы верифицированных тестовых случаев, подтверждающих надежность результатов;
3. Удобный интерфейс и подробная документация, сокращающие время освоения пакета;
4. Широкая поддержка со стороны разработчика, включающая регулярные обновления и техническую помощь.

Моделирование многофазных течений требует комплексного подхода, учитывающего взаимодействие между фазами и различные физические процессы. Основу математического описания составляют уравнения сохранения, записанные для каждой фазы в отдельности.

Уравнение, возникающее в результате применения закона сохранения массы к потоку жидкости, получило название уравнения неразрывности. Уравнение неразрывности для фазы имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_q \quad (1)$$

где \vec{v}_q – скорость фазы q ; \dot{m}_{pq} и \dot{m}_{qp} характеризует межфазный перенос. Источник массы для каждой фазы S_q равен нулю, но может быть определен отдельно.

Второй закон Ньютона, известный как закон сохранения количества движения, приводит к возникновению векторного уравнения при его применении к потоку жидкости; это уравнение также известно как уравнение импульса. Баланс импульса для фазы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) \\ & = -\alpha_q \nabla p + \nabla \bar{\tau}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} - \dot{m}_{qp} \vec{v}_{qp}) \quad (2) \\ & + (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{wl,q} + \vec{F}_{vm,q} + \vec{F}_{td,q}) \end{aligned}$$

где $\bar{\tau}_q$ – тензор фазовых напряжений и деформаций, \vec{F}_q – внешняя сила тела, H ; $\vec{F}_{lift,q}$ – подъемная сила, H ; $\vec{F}_{wl,q}$ – сила смазки стенки, H ; $\vec{F}_{vm,q}$ – сила виртуальной массы, H ; $\vec{F}_{td,q}$ – сила турбулентной дисперсии, H ; \vec{R}_{pq} – сила взаимодействия между фазами при давлении, общем для всех фаз, H .

Закон сохранения энергии в динамике жидкости и газа эквивалентен первому закону термодинамики. В данном контексте выражение этого закона получает форму уравнения энергии. Чтобы описать сохранение энергии в

эйлеровых многофазных приложениях, для каждой фазы можно записать отдельное уравнение энтальпии:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q h_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \vec{u}_q h_q) \\ &= \alpha_q \frac{dp_q}{dt} + \nabla \bar{\tau}_q : \nabla \vec{u}_q - \nabla \vec{q}_q + S_q \\ &+ \sum_{p=1}^n (Q_{pq} + \dot{m}_{pq} h_{pq} - \dot{m}_{qp} h_{qp}) \end{aligned} \quad (3)$$

где h_q – удельная энтальпия фазы, Дж/кг; \vec{q}_q – тепловой поток, Вт; S_q – источник энтальпии, Q_{pq} – интенсивность теплообмена между фазами, Дж/м² * К; h_{pq} – межфазная энтальпия, Дж/кг.

При этом объемная доля каждой фазы рассчитывается из уравнения неразрывности:

$$\frac{1}{\rho_{rq}} \left(\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + (\nabla \alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right) \quad (4)$$

где ρ_{rq} – усредненная по объему плотность фазы, кг/м³.

Для многофазных турбулентных потоков, использующих эйлеровскую модель, Ansys Fluent может включать эффекты турбулентных дисперсионных сил, которые учитывают межфазный турбулентный перенос импульса. Турбулентная дисперсионная сила возникает в результате усреднения члена межфазного сопротивления. При этом для дисперсной фазы p и непрерывной фазы q турбулентное сопротивление можно вычислить:

$$K_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q) = K_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q) - K_{pq}\vec{v}_{dr} \quad (5)$$

где K_{pq} – коэффициент межфазного обмена; $K_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q)$ – мгновенное сопротивление турбулентного потока, м/с; \vec{v}_{dr} – скорость дрейфа, учитывающая дисперсию вторичных фаз вследствие переноса турбулентным движением жидкости, м/с.

Модели турбулентности с двумя уравнениями позволяют определить как продолжительность турбулентности, так и ее временной масштаб путем решения двух отдельных уравнений переноса.

Модель турбулентности $k - \epsilon$ смеси является моделью многофазной турбулентности по умолчанию. Она представляет собой первое расширение однофазной модели и применима при разделении фаз многофазных потоков и когда отношение плотности между фазами близко к 1. Помимо этого предполагается, что поток является полностью турбулентным, а влияние молекулярной вязкости пренебрежимо мало. Поэтому данная модель справедлива только для полностью турбулентных потоков.

В этих случаях использование свойств смеси и скоростей смеси достаточно для отражения важных особенностей турбулентного потока. Уравнения, описывающие эту модель, выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m k) + \nabla(\rho_m \vec{v}_m k) = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G_{k,m} - \rho_m \epsilon + \Pi_{k_m} \quad (6)$$

где k – кинетическая энергия, Дж; μ_m – молекулярная вязкость, Па * с; $\mu_{t,m}$ – турбулентная (вихревая) вязкость; $\sigma_k = 1.0$ – турбулентное число Прандтля для кинетической энергии; $G_{k,m}$ – генерация кинетической энергии.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \epsilon) + \nabla(\rho_m \vec{v}_m \epsilon) \\ & = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} G_{k,m} - C_{2\epsilon} \rho_m \epsilon) + \Pi_{\epsilon_m} \end{aligned} \quad (7)$$

где ε – скорость рассеивания кинетической энергии; $C_{1\varepsilon} = 1.44$ и $C_{2\varepsilon} = 1.92$ – константы для данной модели; $\sigma_\varepsilon = 1.3$ – турбулентное число Прандтля для рассеивания кинетической энергии

$$\mu_{t,m} = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

$C_\mu = 0.09$ – постоянная для данной модели.

Проведенное исследование демонстрирует значительные возможности математического моделирования многофазных течений в инженерных системах. На основе анализа фундаментальных уравнений сохранения массы, импульса и энергии, а также современных турбулентных моделей показана эффективность применения CFD-моделирования для решения сложных промышленных задач. Сравнительный анализ ведущих программных комплексов (ANSYS Fluent, COMSOL Multiphysics, OpenFOAM) выявил преимущества ANSYS Fluent благодаря его комплексному подходу к моделированию межфазных взаимодействий, оптимизированным алгоритмам расчетов и обширной базе верифицированных тестовых случаев. Разработанные математические модели позволяют не только анализировать гидродинамические процессы, но и оптимизировать работу промышленного оборудования, что подтверждается примерами применения в химической промышленности, энергетике и водоочистных системах.

Следующие публикации будут посвящены результатам моделирования гидродинамических режимов работы комбинированного флотационного аппарата.

Список литературы

1. Самарский А.А. Математическое моделирование. М.: Наука, 2018. 456 с.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.

3. Найговзин Д.А., Полянский В.А. Моделирование многофазных течений в энергетических установках. М.: Физматлит, 2018.
4. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запрянов З.Д. Химическая гидродинамика. М.: Наука, 2016.
5. Нигматулин Р.И. Прикладные задачи механики многофазных сред. М.: Наука, 2020.
6. COMSOL Multiphysics Reference Manual. Version 6.1.
7. ANSYS Fluent Theory Guide. Release 2023.