

УДК: 004.932.72

Тан Цзиньян

Магистр

Дальневосточный федеральный университет

435280656@qq.com

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ШУМОМ

Аннотация. В данной работе исследуются возможности применения вейвлет-преобразования для задач распознавания зашумленных изображений. Рассматриваются теоретические основы вейвлет-анализа, различные типы вейвлетов (Хаара, Добеши, Симлеты) и их эффективность при обработке изображений с различными типами шумов (гауссовский, импульсный, спекл). Проведен сравнительный анализ традиционных методов фильтрации и современных подходов, сочетающих вейвлет-преобразование с методами машинного обучения. Представлены экспериментальные результаты обработки ультразвуковых медицинских изображений с оценкой качества по метрикам PSNR, SSIM и MSE. Результаты демонстрируют преимущества вейвлет-подхода в сохранении важных деталей изображения при эффективном подавлении шумов.

Ключевые слова: вейвлет-преобразование, распознавание изображений, шумоподавление, дискретное вейвлет-преобразование, медицинская визуализация

Abstract. This paper explores the capabilities of wavelet transform for noisy image recognition tasks. The theoretical foundations of wavelet analysis, various types of wavelets (Haar, Daubechies, Symlets) and their effectiveness in processing images with different types of noise (Gaussian, impulse, speckle) are considered. A comparative analysis of traditional filtering methods and modern approaches combining wavelet transform with machine learning methods is presented. Experimental results of processing medical ultrasound images with quality assessment using PSNR, SSIM and MSE metrics are provided. The results demonstrate the advantages of the wavelet approach in preserving important image details while effectively suppressing noise.

Key words: wavelet transform, image recognition, noise reduction, discrete wavelet transform, medical imaging

Вейвлет-преобразование представляет собой мощный математический инструмент для анализа сигналов и изображений, который в отличие от преобразования Фурье позволяет одновременно исследовать частотные характеристики и временную (или пространственную) локализацию сигнала. Основное отличие вейвлетов от преобразования Фурье заключается в том, что Фурье-анализ раскладывает сигнал на синусоидальные составляющие, локализованные только в частотной области, тогда как вейвлет-преобразование использует функции, локализованные как в частотной, так и во временной (пространственной) области.

Математически непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) сигнала $f(t)$ определяется как [1]:

$$C(a,b) = \int f(t)\psi_{\{a,b\}}(t)dt$$

где $\psi_{\{a,b\}}(t) = 1/\sqrt{|a|} \psi((t-b)/a)$ - масштабированная и сдвинутая версия материнского вейвлета $\psi(t)$, a - параметр масштаба, b - параметр сдвига, $*$ обозначает комплексное сопряжение.

В практических приложениях, особенно в обработке изображений, чаще используется дискретное вейвлет-преобразование (ДВП), которое реализуется с помощью дискретного набора масштабов и сдвигов, подчиняющихся определенным правилам. ДВП раскладывает сигнал на набор взаимно ортогональных вейвлетов, что является его основным отличием от непрерывного преобразования.

Для двумерных сигналов (изображений) применяется сепарабельное двумерное ДВП, которое состоит из последовательного применения одномерного преобразования к строкам и столбцам изображения. В результате каждого уровня разложения изображение делится на четыре поддиапазона[2]:

1. LL (низкие частоты по горизонтали и вертикали) - аппроксимация изображения
2. LH (низкие частоты по горизонтали, высокие по вертикали) - горизонтальные детали
3. HL (высокие частоты по горизонтали, низкие по вертикали) - вертикальные детали
4. HH (высокие частоты по обоим направлениям) - диагональные детали.

Важным преимуществом вейвлет-преобразования при обработке

изображений является его способность эффективно разделять полезный сигнал и шум. Как правило, шум равномерно распределен по всем поддиапазонам, тогда как значимые детали изображения концентрируются в нескольких крупных коэффициентах, преимущественно в низкочастотных поддиапазонах. Это свойство позволяет разрабатывать эффективные алгоритмы шумоподавления.

Существует множество семейств вейвлетов, каждое из которых обладает уникальными свойствами и подходит для решения определенных задач. В обработке изображений наиболее широкое применение нашли следующие семейства[3]:

1. Вейвлет Хаара - простейший ортогональный вейвлет с компактным носителем, предложенный в 1910 году. Его масштабирующая функция представляет собой прямоугольный импульс. Несмотря на простоту, вейвлет Хаара эффективен для обработки изображений с резкими перепадами яркости, так как хорошо выделяет области с отличающимся уровнем яркости.

2. Вейвлеты Добеши[4] - семейство ортогональных вейвлетов с компактным носителем, характеризующихся максимальным количеством *vanishing moments* для заданной длины фильтра. Вейвлеты Добеши обозначаются как dbN , где N - количество коэффициентов. С увеличением N вейвлеты становятся более гладкими, что улучшает их частотные характеристики, но может приводить к размытию резких границ на изображениях.

3. Симлеты (Symlets)[5] - модификация вейвлетов Добеши, обладающая

большой симметричностью, что уменьшает фазовые искажения при обработке сигналов. Симлеты особенно эффективны при анализе медицинских изображений, где важно сохранять симметрию структур.

4. Биортогональные вейвлеты - используются, когда требуется симметрия фильтров при сохранении ортогональности. Они широко применяются в стандартах сжатия изображений, таких как JPEG2000.

Выбор конкретного типа вейвлета зависит от характеристик обрабатываемого изображения и типа присутствующего шума. В медицинской визуализации, особенно при обработке ультразвуковых изображений, наиболее часто используются вейвлеты Добеши (db4-db8) и Симлеты (sym4-sym8)[6], так как они обеспечивают хороший компромисс между подавлением шума и сохранением диагностически важных деталей.

Экспериментальные исследования показывают, что эффективность фильтрации сильно зависит от конкретных настроек вейвлет-системы, типа ультразвуковых данных и характера присутствующего шума. Например, в работе было проанализировано 292 реальных ультразвуковых изображения различных областей тела (опорно-двигательный аппарат, брюшная полость, шея, сонная артерия) с искусственно добавленными шумами трех типов (спекл, гауссовский, соль-перец). Результаты показали, что[7]:

- a. Для спекл-шума наилучшие результаты дают вейвлеты Добеши db6 и db8 с 3-4 уровнями разложения
- b. Для гауссовского шума более эффективны Симлеты sym6 и sym8
- c. Для импульсного шума (типа "соль-перец") оптимальным выбором

является вейвлет Хаара или Добеши db2

Качество фильтрации оценивалось по метрикам SSIM (индекс структурного сходства), PSNR (пиковое отношение сигнал-шум) и MSE (среднеквадратичная ошибка), которые показали улучшение на 15-30% по сравнению с традиционными методами пространственной фильтрации.

Основная идея вейвлет-шумоподавления заключается в том, что вейвлет-преобразование приводит к разреженному представлению для большинства реальных изображений. Это означает, что важные особенности изображения концентрируются в нескольких крупных коэффициентах, тогда как шум распределяется по множеству мелких коэффициентов. Таким образом, пороговая обработка или "сжатие" малых коэффициентов позволяет эффективно удалять шум, практически не затрагивая полезный сигнал.

Существует несколько основных подходов к вейвлет-шумоподавлению[8]:

1. Пороговая обработка коэффициентов - наиболее распространенный метод, включающий следующие шаги:

- a. Разложение изображения с помощью ДВП на несколько уровней
- b. Выбор порога для каждого поддиапазона (универсальный порог, адаптивный по масштабу, адаптивный по масштабу и пространству)
- c. Применение порога к коэффициентам (жесткий или мягкий порог)
- d. Обратное ДВП для восстановления изображения

Оценка дисперсии шума σ^2 обычно вычисляется как медиана абсолютных значений коэффициентов наивысшего поддиапазона НН1,

деленная на 0.6745[6]:

$$\hat{\sigma} = \text{median}(|Y_{ij}|)/0.6745, Y_{ij} \in \text{HH1}$$

Затем порог T для каждого поддиапазона вычисляется как:

$$T = \hat{\sigma} \sqrt{2 \ln(N)}$$

где N - количество пикселей в поддиапазоне.

2. Методы на основе байесовской оценки - используют априорные статистические модели распределения вейвлет-коэффициентов для более точного разделения сигнала и шума. Эти методы особенно эффективны при обработке медицинских изображений, где можно использовать знания о характерных структурах.

3. Гибридные методы - сочетают вейвлет-преобразование с другими техниками обработки изображений, такими как[9]:

- a. Анизотропная диффузия
- b. Нелокальные средние
- c. Методы машинного обучения

Сравнительный анализ различных методов шумоподавления на ультразвуковых изображениях показал, что вейвлет-подход превосходит традиционные методы пространственной фильтрации (медианный фильтр, фильтр Габора) по всем основным метрикам качества.

Современные исследования в области обработки зашумленных изображений направлены на разработку гибридных методов, сочетающих преимущества вейвлет-преобразования с возможностями машинного обучения. Одним из перспективных направлений является использование алгоритмов

обучения словарей (dictionary learning) в вейвлет-области[10].

В работе предложен метод, в котором адаптивный словарь обучается с помощью алгоритма K-SVD на наборе патчей, извлеченных из вейвлет-представления зашумленного изображения. Этот подход позволяет преодолеть ограничения традиционных пороговых методов и добиться лучшего сохранения деталей изображения. Основные этапы метода[3][7]:

1. Применение ДВП к зашумленному изображению
2. Извлечение патчей из вейвлет-коэффициентов
3. Обучение словаря с помощью K-SVD алгоритма
4. Разреженное кодирование патчей с использованием обученного словаря
5. Обратное ДВП для восстановления изображения

Эксперименты на стандартных тестовых изображениях показали, что данный метод превосходит по PSNR и SSIM не только традиционные вейвлет-методы, но и такие современные алгоритмы, как BM3D и методы на основе полной вариации (TV).

Особенно эффективны гибридные методы при обработке медицинских изображений, где важно сохранять диагностически значимые детали. В отменяется, что сочетание вейвлет-преобразования с методами машинного обучения позволяет улучшить качество ультразвуковых изображений на 25-40% по сравнению с традиционными методами, что облегчает последующее распознавание патологий.

Проведенный анализ показывает, что вейвлет-преобразование является

мощным инструментом для задач распознавания зашумленных изображений.

Вейвлет-преобразование обладает рядом ключевых преимуществ, делающих его особенно эффективным для обработки зашумленных изображений. Главным его достоинством является способность одновременно анализировать как пространственные, так и частотные характеристики сигнала, что позволяет точно локализовать особенности изображения на разных масштабах. Благодаря разреженному представлению данных в вейвлет-области, оно обеспечивает эффективное разделение полезного сигнала и шумовых компонентов. Многоуровневая структура вейвлет-разложения позволяет проводить анализ с различной степенью детализации, адаптируясь к специфике конкретной задачи. Кроме того, вейвлет-преобразование демонстрирует высокую совместимость с другими методами обработки изображений, включая современные алгоритмы машинного обучения, что открывает возможности для создания гибридных методов повышения качества изображений. Эти характеристики делают вейвлет-анализ мощным инструментом в задачах шумоподавления и распознавания образов.

Экспериментальные результаты демонстрируют, что вейвлет-методы превосходят традиционные подходы пространственной фильтрации по всем основным метрикам качества (PSNR, SSIM, MSE), особенно при обработке медицинских изображений, где важно сохранять диагностически значимые детали.

Современные гибридные подходы, сочетающие вейвлет-преобразование с алгоритмами машинного обучения (K-SVD, CNN), позволяют достичь еще

более высокого качества обработки и открывают новые возможности для задач автоматического распознавания изображений в условиях сильных шумов.

Список литературы

1. Tian C. Multi-stage image denoising with the wavelet transform // Pattern Recognition. 2023. Vol. 134. P. 109050. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320322005301>
2. Vilimek D., Kubicek J., Golian M. et al. Comparative analysis of wavelet transform filtering systems for noise reduction in ultrasound images // PLoS ONE. 2022. Vol. 17, № 7. P. e0270745. URL: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0270745>
3. Gwyddion Documentation Team. Вейвлет-преобразование // Gwyddion User Guide. 2021. URL: <http://gwyddion.net/documentation/user-guide-ru/wavelet-transform.html>
4. MathWorks. Wavelet Denoising // MATLAB Documentation. 2022. URL: <https://www.mathworks.com/help/wavelet/ug/wavelet-denoising.html>
5. Иванов А. В., Петров С. К. Алгоритм прямого вейвлет-преобразования изображения // Software Journal. 2020. № 4. С. 45-52. URL: <https://www.swsys-web.ru/ru/algorithm-direct-wavelet-transform-image.html>
6. Rabbani H. Image denoising in steerable pyramid domain based on a local Laplace prior // Pattern Recognition. 2009. Vol. 42, № 9. P. 2181-2193.
7. Khemiri R., El Maliani A. D., El Hassouni M. A wavelet denoising approach based on unsupervised learning model // EURASIP Journal on Advances in Signal

Processing. 2020. Vol. 2020. Article 36. URL: [https://asp-
eurasipjournals.springeropen.com/articles/10.1186/s13634-020-00693-4](https://asp-
eurasipjournals.springeropen.com/articles/10.1186/s13634-020-00693-4)

8. Zhang K., Zuo W., Chen Y. et al. Beyond a Gaussian denoiser: residual learning of deep CNN for image denoising // IEEE Transactions on Image Processing. 2017. Vol. 26, № 7. P. 3142-3155.

9. Wang Z., Bovik A. C. A universal image quality index // IEEE Signal Processing Letters. 2002. Vol. 9, № 3. P. 81-84.

10. Donoho D. L., Johnstone I. M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage // Biometrika. 1994. Vol. 81, № 3. P. 425-455.