Морозов Алексей Георгиевич - фрилансер

МЕТОД ВЛОЖЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МЕТОД НУМЕРАЦИИ ОРТАНТОВ В N-МЕРНЫХ И БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

Аннотация. Метод описанный в данной статье позволяет вкладывать одно пространство в другое и задавать их координаты. Данный метод может стать очень удобным инструментом для исследования геометрических фигур у которых больше трех измерений. Будет интересна широкому кругу специалистов, которым приходится иметь дело с системами координат четыре и более координатных осей.

Ключевые слова: прямоугольная система координат, квадрант, октант, ортант, гиперортант, n-мерное пространство, конечномерное и бесконечномерное пространство, комбинаторный метод нумерации ортантов.

Annotation. The method described in this article allows you to embed one space into another and set their coordinates. This method can be a very convenient tool for studying geometric shapes with more than three dimensions. It will be of interest to a wide range of specialists who have to deal with coordinate systems of four or more coordinate axes.

Keywords: rectangular coordinate system, quadrant, octant, octant, hyperoctant, n-dimensional space, finite-dimensional and infinite-dimensional space, combinatorial method of numbering orthants.

Мы точно не знаем, кто первым предложил именно таким образом нумеровать квадранты Декартовой системы на плоскости, и ортантов в трехмерной системе координат. Но так как математики еще долгое время пользовались лишь этими координатами, то данный метод не был универсальным. В предложенном мной методе я решил исправить этот недостаток, так как это является важным элементом метода вложенных пространств. Поэтому сначала мы поговорим об Универсальный методе нумерации ортантов в n-мерных и бесконечномерных системах координат, а после перейдем непосредственно к методу вложенных пространств.

Оси Ох и Оу разбивают плоскость на четыре части называемые квадрантами. Произведя нумерацию квадрантов (I, II, III и IV) в направлении против хода часовой стрелки, отправляясь от того квадранта, где обе координаты положительны, получим следующую таблицу знаков координат (Таб. 1). [1, с. 18, 19]

x	y	
+	+	I
-	+	II
-	-	III
+	-	IV

Таблица 1.

Давайте на время отвлечемся от системы координат на плоскости и попробуем перенести значения из Таблицы 1 в другую таблицу (Таблица 2). В отличии от Таблицы 1, Таблица 2 значение «-» в ней будет заменено на цифру «1», а значение «+» будет заменено на цифру «2». (Таб. 2).

x	y	
2	2	I
1	2	II
1	1	III
2	1	IV

Таблица 2.

Если мы заменили знаки «-» и «+» на цифры (в нашем случае это 1 и 2), мы получим таблицу в которой двузначные числа идут не по порядку (не от большего к меньшему). Если расположить числа по порядку (от большего к меньшему), мы получим следующую таблицу (Таблица 3).

x	y	
1	1	I
1	2	II
2	1	III
2	2	IV

Таблица 3.

Теперь попробуем произвести обратную операцию, заменив цифру «1» на знак «-», а цифру «2» на знак «+». (Таб. 4).

x	y	
-	-	I
-	+	II
+	-	III
+	+	IV

Таблица 4.

Чтоб понять насколько эти два подхода отличаются друг от друга, посмотрим как это выглядит с помощью римскими цифрами пронумеруем квадранты в декартовой системе координат.

И хотя первый способ интуитивно кажется более понятным (хотя если бы квадранты нумеровал другой математик, он мог начать с того же самого квадранта, но свое движение он начал бы по не против часовой стрелки, а по часовой), второй метод является более универсальным, т. к. позволяет нумеровать ортанты (ортант - обобщенное наименование для квадрантов, в случае двухмерного пространства, и октантов, в случае трехмерного пространства), не только для систем координат, у которых две или три координатные оси, но и для осей, у которых четыре и более координатных осей.

В трехмерной системе координат пространство делится тремя координатными плоскостями Oxy, Ozx, Oxy на восемь равных частей, которые нумеруются латинскими цифрами от I до XIII. Нумерация октантов в зависимости от знаков координат точки по осям Ox, Oy, Oz можно посмотреть в таблице 5. [1, с. 345]

x	y	z	
+	+	+	I
+	-	+	II
+	-	-	III
+	+	-	IV
-	+	+	V
-	-	+	VI
-	-	-	VII
-	+	-	VIII

Таблица 5.

Проделаем то же, что и таблицей нумерации октантов. То есть заменим «-» на «1», а «+» на «2» (Таб. 6). Мы видим что числа в нашей таблице не отсортированы в порядке возрастания.

x	y	z	
2	2	2	I

2	1	2	II
2	1	1	III
2	2	1	IV
1	2	2	V
1	1	2	VI
1	1	1	VII
1	2	1	VIII

Таблица 6.

Расположим получившиеся у нас трехзначные числа в порядке возрастания (Таб. 7):

x	y	z	
1	1	1	I
1	1	2	II
1	2	1	III
1	2	2	IV
2	1	1	V
2	1	2	VI
2	2	1	VII
2	2	2	VIII

Таблица 7.

Если мы заменим цифру «1» на знак «-», и цифру «2» на знак «+», мы получим следующую таблицу (Таб. 8):

x	y	z	

-	-	-	I
-	-	+	II
-	+	-	III
-	+	+	IV
+	-	-	V
+	-	+	VI
+	+	-	VII
+	+	+	VIII

Таблица 8.

За одно приведем такую же таблицу для четырехмерного пространства (Таб. 9).

x	y	z	v	
				I
				II
				III
				IV
				V
				VI
				VII
				VIII
				IX
				X
				XI
				XII
				XIII
				XIV

				XV
				XVI

Таблица 9.

Это не ошибка. Для четырехмерного пространства такой таблицы не существует. В то же самое время, пронумеровать их с помощью нового метода не составит труда (Таб. 10).

x	y	z	v	
-	-	-	-	I
-	-	-	+	II
-	-	+	-	III
-	-	+	+	IV
-	+	-	-	V
-	+	-	+	VI
-	+	+	-	VII
-	+	+	+	VIII
+	-	-	-	IX
+	-	-	+	X
+	-	+	-	XI
+	-	+	+	XII
+	+	-	-	XIII
+	+	-	+	XIV
+	+	+	-	XV
+	+	+	+	XVI

Таблица 10.

Введение новых обозначений

Википедия следующим образом описывает значение термина «математический язык»: «Математические обозначения («язык математики») — графическая система обозначений, служащая для изложения абстрактных математических идей и суждений в человеко-читаемой форме».

И причина, по которой я хочу ввести новые обозначения (новый математический язык), та же самая по которой римские цифры в эпоху Возрождения были вытеснены арабскими. Ведь по идее римские цифры имеют более древнюю историю, и были признаны всеми на протяжении многих веков. Арабские цифры в сочетании с десятичной системы счисления (которая является к тому же позиционной) оказалась более удобной.

К тому же она оказалась более эффективной. Если у вас другое мнение, просто попробуйте с помощью римских цифр записать число равное 9 миллиардам. А ведь это далеко не самое большое число в современном мире.

Десятеричная система настолько оказалась удачной, что мы до сих пор пользуемся ею. Многие вещи в современной математике оказались бы намного трудней для понимания, если бы использовали другую систему.

Именно поэтому мы вводим новые обозначения для старых понятий. Если мы попытаемся объяснить новую теорию с помощью старых обозначений, многие вещи станут менее понятными (или вовсе непонятными). Тем более использование ее на практике. Чтобы понять о чем я говорю, попытайтесь с помощью римских цифр умножить два больших числа!

Все мы привыкли с следующей записи вектора: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$ (читается как : вектор AB или вектор a). Так же не составит труда записать координаты $\overrightarrow{AB} = \{1; -2; -3\}$ или $\vec{a} = \{-1; -2; 3\}$.

Для математиков 17 века это (когда огромное количество людей знало латинский язык в совершенстве) - было довольно удачным решением. К тому же чертежи были компактными и 28 латинских букв для этих целей вполне хватало.

Но что нам делать если при наших расчетах мы вынуждены придумывать имена для 50 точек и больше? Можно использовать «´». В качестве примера координаты точки A: A (1; 2; 3) или координаты точки A´: A´(-1; -2; -3).

А теперь давайте представим, что у нас не 50 точек, а 280 или больше. Что дальше? Писать A, A´, A´´, A´´´ и т. д. Не думаю, что разбираться с точками типа: B´´´´´´´´´´ будет очень удобно!

Как вариант можно в этих случаях использовать натуральные числа в качестве нижних индексов заглавных латинских букв. В качестве примера: A4, B10, C24. Согласитесь, выглядит намного лучше.

А что если пойти еще дальше и давать имена точкам с помощью натуральных чисел? Точка 1 или точка 29?

Звучит заманчиво, вот только обозначать фигуры таким способом будет невозможно. Так запись 123 можно понять четырьмя способами:

1. Точка 123.
2. Отрезок с началом в точке 1 и концом в точке 23.
3. Отрезок с началом в точке 12 и концом в точке 3.
4. Комбинация двух отрезков. Один с началом в точке 1 и концом в точке 2. И другой отрезок с началом в точке 2 и концом в точке 3.

Поэтому нам нужен разделитель между точками. Я предлагаю для этого использовать знак дефиса: «-».

Тогда отрезок с началом в точке 1 и концом в точке 23 будет записываться как 1-23, а комбинация двух отрезков, один из которых начинается в точке 1 и заканчивается в точке 2, а другой начинается в точке 2 и заканчивается в точке 3 можно записать как: 1-2-3. А что бы кто-то по ошибке не принял нашу запись за арифметическое выражение мы ее заключим в треугольные скобки поставив «<» слева и «>».

После этого запись $\overrightarrow{AB}$ = {1; -2; -3} мы можем записать как: <1-2> = {1; 2; 3}. В записи <1-2> = {1; 2; 3} мы видим два блока информации, которые разделены знаком равно «=». Что в этом случае нам мешает объединить их следующим образом: <1-2><1; 2; 3>. Так же ничего не мешает нам два этих блока поменять местами: <1; 2; 3><1-2>. А так как при вычислениях и различных построениях в системе координат намного координаты вектора важнее, чем имена конкретных точек, то запись типа этой: <1; 2; 3><1-2> мне кажется более удобной. Именно такой формат записи векторов я буду использовать дальше.

Давайте теперь представим, что у нас есть в трехмерной декартовой системе координат следующие точки:

1(0; 0; 0)

2(-1; -1; -1)

3(-1; -1; 1)

4(-1; 1; -1)

5(-1; 1; 1)

6(1; -1; -1)

7(1; -1; 1)

8(1; 1; -1)

9(1; 1; 1)

Давайте запишем координаты следующих векторов: <1-2>, <1-3>, <1-4>, <1-5>, <1-6>, <1-7>, <1-8>, <1-9>:

<-1; -1; -1><1-2>

<-1; -1; 1><1-3>

<-1; 1; -1><1-4>

<-1; 1; 1><1-5>

<1; -1; -1><1-6>

<1; -1; 1><1-7>

<1; 1; -1><1-8>

<1; 1; 1><1-9>

Каждый из этих векторов имеет одинаковую длину. Но у каждого из них своя ориентация относительно осей координат. Но мы так же можем указать ориентацию и по другому, указав четвертым значением номер нашего октанта, а значения по осям OX, OY и OZ записав по модулю. В этом случае наши радиус-векторы будут выглядеть следующим образом:

<1; 1; 1; 1><1-2>

<1; 1; 1; 2><1-3>

<1; 1; 1; 3><1-4>

<1; 1; 1; 4><1-5>

<1; 1; 1; 5><1-6>

<1; 1; 1; 6><1-7>

<1; 1; 1; 7><1-8>

<1; 1; 1; 8><1-9>

Теперь достаточно беглого взгляда, чтоб понять что длина всех радиус-векторов одинакова. Вот только для того, чтобы выполнять какие-либо операции с векторами (сложение, вычитание и т. д.) необходима таблица ортантов для трехмерной декартовой системы координат, а хотелось бы обойтись без нее. В этом случае мы можем их переписать следующим образом:

<1; 1; 1; 1><1-2><-; -; ->

<1; 1; 1; 2><1-3><-; -; +>

<1; 1; 1; 3><1-4><-; +; +>

<1; 1; 1; 4><1-5><-; +; ->

<1; 1; 1; 5><1-6><+; -; ->

<1; 1; 1; 6><1-7><+; -; +>

<1; 1; 1; 7><1-8><+; +; ->

<1; 1; 1; 8><1-9><+; +; +>

Именно в таком формате я буду записывать вектора в дальнейшем. Почему именно в таком виде мы будем записывать координаты, а не в том к которому мы все привыкли, я думаю вы сами скоро поймете!

N-мерный континуум и системы вложенных пространств

После прочтения первых двух частей данной статьи может возникнуть вполне закономерный вопрос: «Зачем все усложнять вводя в запись вектора номер октанта в явном виде, а знаки координат выводить в отдельный блок?»

Если поставить точку сразу же после второй части, то вполне ожидаемый вопрос.

Вот что написал один из рецензентов после прочтения первых двух частей:

Если хотите развернутый ответ, то придётся немного подождать, пока я его оформлю, но выводы могу сообщить сразу:

Предложенная система не предлагает принципиально нового математического аппарата:

• Всё, что вы предлагаете, уже давно реализуется через матрицы, тензоры и битовые представления, активно используется в 3D графике, например.

• Описанные методы не упрощают вычисления, а, напротив, вводят дополнительную громоздкость в обозначения.

• Границы ортантов и их нумерация в классической геометрии уже определены, и дополнительных соглашений для этого не требуется.

Таким образом, идея не представляет ценности ни в математическом, ни в прикладном плане, хоть и не лишена определённого остроумия.

Прежде, чем ответить на данный вопрос: «Зачем все усложнять вводя в запись вектора указывая номер октанта в явном виде, а знаки координат выводить в отдельный блок?» - посмотрим на запись следующих векторов:

<1; 1; 1; (2+5)><1-2><+; +; ->

<1; 1; 2; (7+1)><3-4><+; +; +>

<2; 3; 4; (5+4)><5-6><?; ?; ?>

<5; 6; 7; (8-9)><7-8><?; ?; ?>

Для трехмерного пространства любой из векторов определенный в трехмерной декартовой системе координат находиться в одном из ортантов номер которого находится в диапазоне натуральных чисел от 1 до 8.

Номера ортантов первых двух векторов вполне укладываются в наша диапазон, и поэтому мы уверенно можем написать знаки наших координат.

С двумя последними векторами дела обстоят чуть сложнее так, как мы не можем так же уверенно написать знаки координат в третьем блоке, пока мы не договорились как интерпретировать значения выражения стоящего вместо ортанта, если его значение находится вне диапазона натуральных чисел от 1 до 8.

Мы можем рассматривать значения выражения в скобках как вычет по модулю 8, к которому мы прибавляем единицу. В этом случае все значения наших ортантов будут лежать в диапазоне натуральных чисел от 1 до 8.

Другим вариантом может быть «некое» пространство в котором вектор в трехмерном пространстве может располагаться в 11 или -1 ортанте.

Прежде чем мы перейдем к рассмотрению данной темы, давайте проясним несколько вопросов.

Точка - это фигура, у которой нет размеров, или это фигура с бесконечно малыми размерами, которыми обычно пренебрегают? (В этом случае я имею материальную точку, а не определенную область в какой-то системе координат). Прямая или плоскость - это фигуры, у которых нет толщины, или это фигуры с бесконечно малой толщиной?

Для начала давайте введем несколько аксиом:

Любая из геометрических фигур состоит из точек.

Любая фигура, за исключение тех ее измерений, которые уходят в бесконечность имеет конкретные размеры.

Докажем, что точка не является чем-то не имеющим размеров.

Согласно нашей аксиомы один, любая фигура состоит из точек. Допустим, что точка не имеет размеров.

Тогда любая фигура содержит бесконечное количество точек, что в свою очередь означает что ни одна фигура в геометрии не имеет размеров, что противоречит аксиоме 2.

А это значит, что точка имеет размеры.

А так как любая фигура состоит из точек, то и прямая и плоскость имеют толщину, которыми обычно пренебрегают.

Давайте теперь возьмем абстрактную плоскость, на которой находятся какие-то фигуры. Пока мы решаем задачи не выходящие за пределы планиметрии обратная сторона нашей плоскости нас не интересует

Но как только мы проводим прямую перпендикулярную данной плоскости, нам сразу же становиться доступна другая сторона нашей плоскости, которая по прежнему не доступна фигурам на нашей плоскости, так она третьего измерения для двухмерных фигур не существует. Обитатели вселенной с большим количеством измерений могли бы сказать, что для плоскости координата любой точки на плоскости равна нулю (Рис. 1).

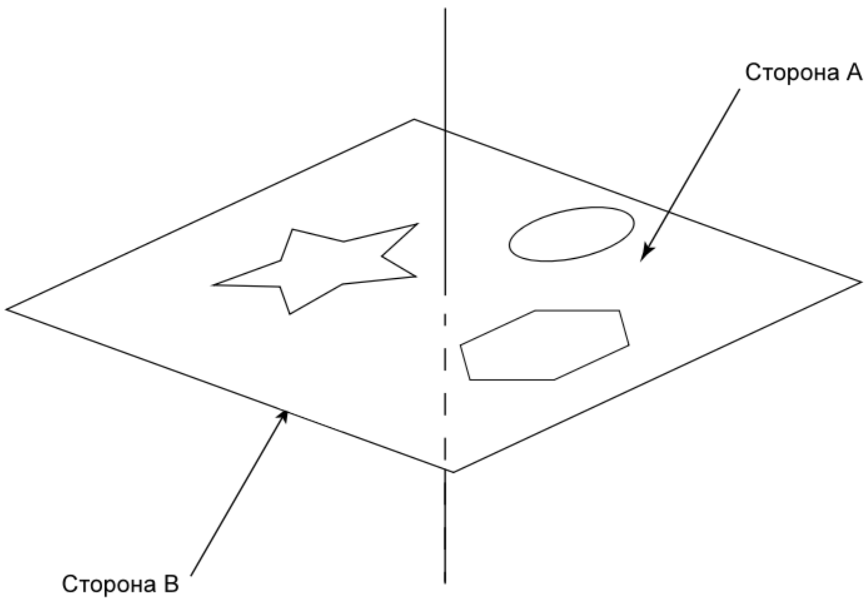

Рисунок 1.

Я хочу обратить особое внимание, я не утверждаю, что в нашей вселенной существуют двухмерные миры в которых живут мыслящие двухмерные вещества. Мы живем в трехмерной вселенной и это доказанный факт. Но когда картографы наносят на карту трехмерные объекты трехмерность вселенной никуда не исчезает. Картограф лишь создает двухмерную модель трехмерного мира. Точно так же как карта по своей сути является всего лишь математической моделью реального мира, точно так же плоскость и все остальные пространства в данной статье лишь математические модели.

Вернемся к нашей плоскости. Чтобы наша модель хоть как-то соответствовала реальной картине нашего мира, она должна быть непрозрачной (как лист белого ватмана) и не иметь конечных размеров. А так как любое число больше минус бесконечности и меньше плюс бесконечности, то сторона В недостижима для фигур на стороне В, а для фигур на стороне В недоступна сторона А. Только в этом случае мы можем сказать, что одно пространство параллельно другому.

Мы можем представить себе любое количество таких двухмерных миров любое количество таких миров сложенных в виде пачки (Рис. 2).

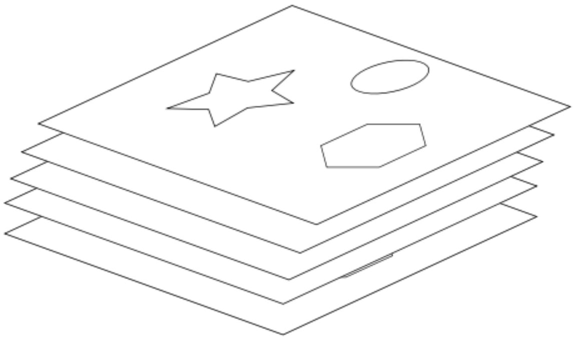

Рисунок 2.

Мы как бы вкладываем двухмерные меры в наше трехмерное пространство. Но тогда возникает вполне закономерный вопрос, а можно то же самое сделать со столбами? Да, но тогда мы должны их вкладывать не в наше трехмерное, а в пятимерное пространство (Рис. 3).

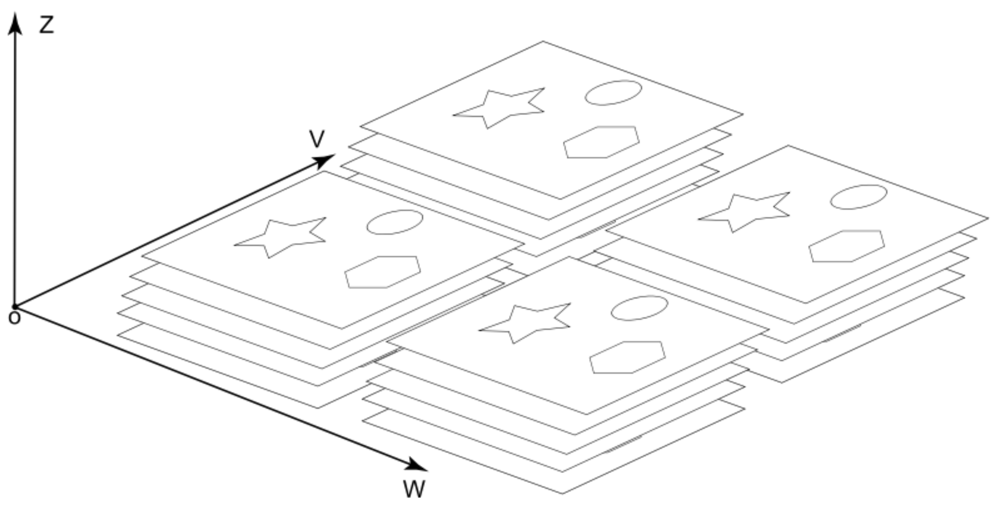

Рисунок 3.

Точно так же можно вложить любое количество трехмерных пространств в шестимерное пространство (Рис. 4). При этом важно не забывать, что у каждого трехмерного пространства три оси: OX, OY и OZ, а не OW, OV и OU.

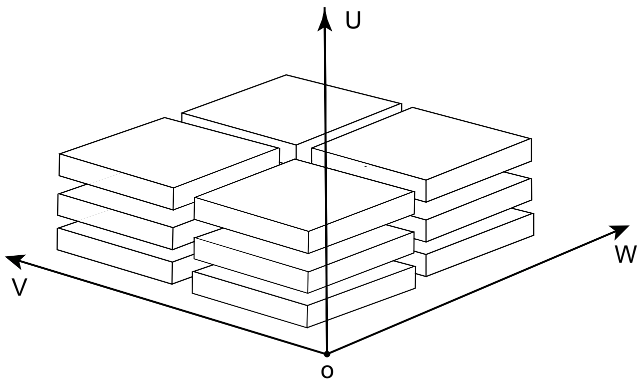

Рисунок 4.

Может возникнуть вполне логичный вопрос: «А почему просто не добавить к уже имеющимся осям координат еще несколько осей?»

В этом случае нам придется вручную указывать наклон нашего пространства относительно некоторых осей координат. Если этого не сделать, мы можем получить внепространственную аномалию. А если таких пространств будет больше одного, то нам придется говорить уже о ряде внепространственных аномалий.

Давайте представим, что у нас есть два одномерных параллельных друг другу мира. Мир A и мир B. Тогда мир A можно представить в виде прямой. Пусть это будет прямая AB. Так же как и мир B. Пусть это будет прямая CD. Пока эти две прямые параллельны никаких аномалий не возникает (Рис. 5).

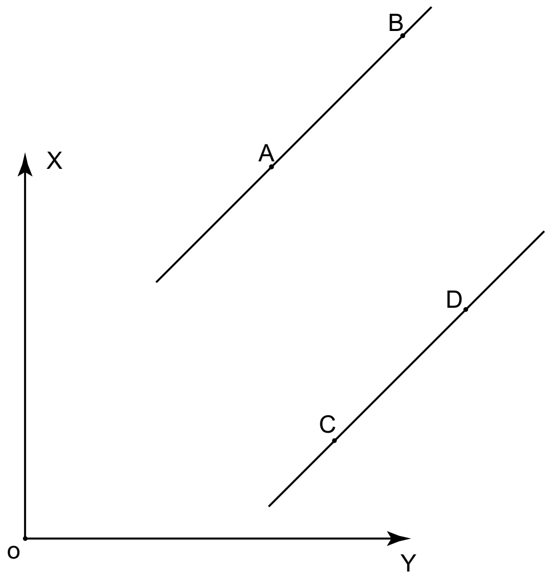

Рисунок 5.

Но что произойдет если они по каким-то причинам не будут параллельны? Посмотрим внимательно на Рисунок 6. В этом случае два мира имеют общую точку E. Но к какому миру она принадлежит A или B? Если она часть мира A, то она будет пространственной аномалией для мира B. A если эта точка часть мира B, то она будет пространственной аномалией для мира A.

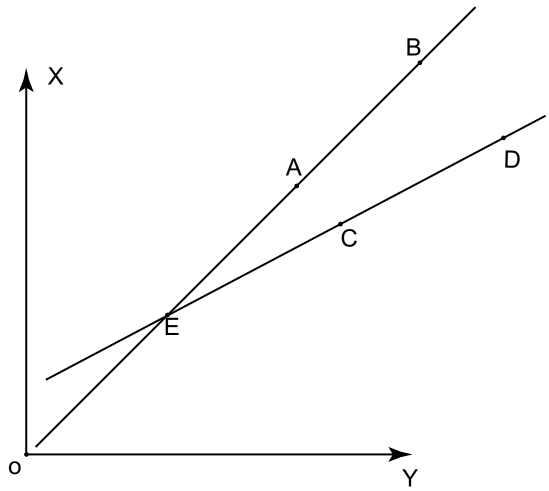

Рисунок 6.

Тоже самое может произойти с двумя двухмерными. Здесь внепространственной аномалией будет отрезок AB (Рис. 7).

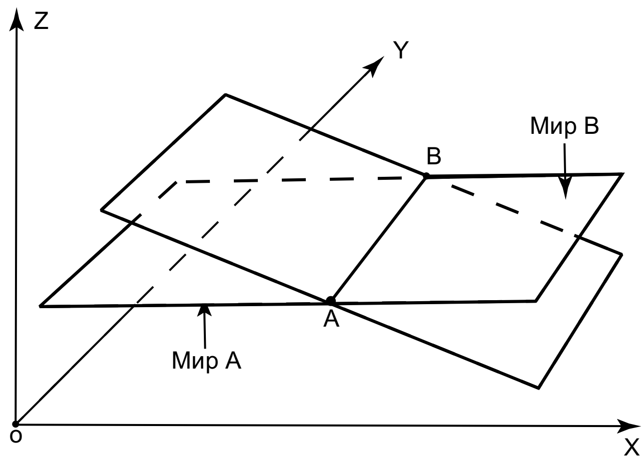

Рисунок 7.

Точно такую же внепространственную аномалию может быть для любых n-мерных миров. Поэтому если мы хотим чтобы этого не происходило нам придется ввести запрет на появления внепространственных аномалий.

Обычная система координат нам не подойдет, поэтому нам придется разработать ее.

Представим обычный типовой многоэтажный дом. Пусть это будет так называемая «хрущевка».

В таком доме очень легко посчитать количество квартир. На каждой лестничной площадке по 4 квартиры, умножаем на количество этажей (в нашем случае их 5) получаем 20 квартир в одном подъезде. Умножаем их на количество подъездов в доме (в нашем случае 4 подъезда), мы получаем 80 квартир во всем доме.

Усложним нашу задачу и представим, что в каждой квартире находится некоторое количество внешне одинаковых ящиков, которые отличаются друг от друга лишь своим содержимым. Если количество ящиков в каждой квартире одинаковое, нам достаточно пронумеровать тем же способом, что и квартиры.

Но вся наша система будет бесполезной, если мы не будем накладывать ограничение на количество ящиков в каждой квартире. Можно конечно создать список, сколько ящиков должно быть в каждой квартире, но такой метод станет менее универсальным.

Другое решение данной проблемы, указывать на каждом ящике не только его порядковый номер, но номер этажа, а так же номер квартиры. Например так: 5/40/4. Что можно прочитать лишь одним способом: четвертый этаж, квартира 40, ящик номер 4.

И кажется что может быть проще записать координаты вектора с помощью следующей записи, в которой u - координата по оси U, v координата по оси V, w координата по оси W, x координата по оси X, y координата по оси Y, z координата по оси Z, n - номер ортанта, p - имя начальной точки, q - имя конечной точки, a - знак координаты по оси U, b - знак координаты по оси X, c - знак координаты по оси V, d - знак координаты по оси Y, e - знак координаты по оси W, f - знак координаты по оси Z:

<v/x; v/y; w/z; s><p-q><a/b; c/d; e/f>

С помощью данной формулы мы можем написать координаты трехмерного пространства вложенного в шестимерное пространство. Например:

<0/1; 0/1; 0/1; 1><1-2><0/-; 0/-; 0/->

В данной записи нас все могло бы устроить, если бы не одно но... Это все тот же n-мерный континуум, а значит рано или поздно мы столкнемся с появлением внепространственных аномалий, появление которых мы хотим избежать.

Давайте вернемся на время к нашим ящикам. Одно из главных отличий одного ящика от другого это его размеры. Если нам надо перевезти в коробке какой-то предмет, мы попытаемся найти подходящую коробку. И даже если у нас есть большая коробка, а нам надо перевезти небольшую вещь, мы не начнем из большой коробки делать коробку поменьше, мы постараемся найти тару поменьше. В это случае объем коробки лучше представить в виде дискретной величины, а не непрерывной.

Если у нас есть два ящика одинакового объема, мы вряд ли будем их пытаться объединить, чтоб получить объем в два раза больше. Гораздо проще сколотить новый ящик.

Тоже самое мы можем сказать о наших вложенных пространствах. Конечно никто не может запретить нам в случае необходимости объединять их друг с другом, но даже в этом случае взглянув на их координаты, мы должны ясно видеть что это наше осознанное действие, а не наша ошибка.

Прежде чем мы пойдем дальше, давайте введем некоторые термины, которые помогут нам в дальнейшем. Так как мы как бы вкладываем одно пространство в другое, то координатные оси, как и само пространство мы будем считать локальным, а то пространство в которое мы его вкладываем как и его оси мы будем считать глобальным.

Так если мы хотим вложить трехмерное пространство заданное осями X, Y и Z в такое же трехмерное пространство заданное осями U, V и W, то нашей терминологии пространство заданное осями X, Y и Z будет считаться локальным, а пространство заданное осями U, V и W будет считаться глобальным.

Тогда любую математическую структуру заданную в локальном пространстве можно приравнять к содержимому коробки, глобальные координаты в этом случае будут аналогом стенок, дна и крышки нашей коробки.

И здесь мы сталкиваемся с очередной проблемой. Если мы запишем глобальные координаты в первом блоке, то не сможем задавать положение нашей «коробки» в контейнере, роль которого выполняют глобальные координаты. Если разделить координаты на само значение, и его знак, то нам придется для глобальных координат ввести новое обозначение знак «+» и знака «-».

Конечно никто не запрещает нам вместо знака «+» ввести другой знак. Например знак решетки «#», а вместо знака «-» знак амперсанда «&», но такие знаки быстро кончатся. Буквы то же не смогут решением данной проблемы.

А что если вместо знака «+» и «-» использовать числа. В математическом анализа есть несколько теорем и определений.

Пусть X - ограниченное сверху непустое числовое множество. Тогда среди его верхних граней существует наименьшая.

Пусть X - ограниченное снизу непустое числовое множество. Тогда среди его нижних граней существует наибольшая.

Если множество X ограничено сверху, то наименьшую из его верхних граней называют точной верхней гранью этого множества и обозначают sup X (от латинского слова supremum - наибольший).

Если множество X ограниченно снизу, то наименьшую из его нижних граней называют точной нижней гранью этого множества и обозначают inf X (от латинского слова infimum - наименьший). [2, с. 27]

Глобальные координаты однозначно образую не пустое множество. Значение точной верхней грани этого множества мы будем использовать вместо знака «+», а значение точной верхней грани того же множества вместо знака «-».

Так как слэш мне кажется не слишком удобным в качестве разделителя, я буду использовать для этих целей знак «+» или знак «-». А так как для локальных координат мы то же используем знаки «+» и «-», мы вместо «-» будем использовать букву i (первая буква слова infimum) или букву s (первая буква слова supremum). В этом случает вектор <0/1; 0/1; 0/1; 1><1-2><0/-; 0/-; 0/-> будет выглядеть как <1; 1; 1; 1><1-2><+0 + i; +0 + i; +0 + i>. Знак глобальных координат записан как +0 вместо 0 потому, что в дальнейшем мы будем использовать не только положительные значения глобальных координат, но и отрицательные то же.

Так же вполне возможна ситуация, когда мы вкладываем в одно пространство с большим количеством измерений в пространство с меньшим количеством измерений и наоборот. В этом случае нам необходимо каким-то образом указать в третьем блоке, что значения знака по этой глобальной или локальной координате отсутствует.

Для этого я предлагаю использовать букву n (первая буква английского слова null - ноль). Выглядеть это может следующим образом:

<1; 1; 1; 1; 1><1-2><+0 + i; +0 + i; +0 + i; n + i>

Либо:

<1; 1; 1; 1><1-2><+0 + i; +0 + i; +0 + i; +0 + n>

В случае если указаны не только локальные координаты вектора, но и глобальные, то номер ортанта формируется из всех значений в третьем блоке, поэтому в принципе номер ортанта при использовании глобальных координат может быть выражен любым действительным числом.

Список использованной литературы:

1. Кудрявцев В. А., Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие для вузов. - 7-е изд., испр., М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит., 1989.
2. Виленкин Н. Я, Мордкович А. Г. Математический анализ. Введение в математический анализ. Учеб. пособие для студентов-заочников I курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов, - М.: Просвещение, 1983.