

Мухаметянов Илья Амирович

Магистрант

Национальный исследовательский университет ИТМО,

Санкт-Петербург, Россия

МЕТОДЫ ИНТЕГРАЦИИ СЕТЕЙ КОЛМОГОРОВА-АРНОЛЬДА С МНОГОСЛОЙНЫМ ПЕРЦЕПТРОНОМ

Аннотация. В данной работе рассматриваются различные стратегии интеграции сетей Колмогорова-Арнольда с многослойным перцептроном. Сети Колмогорова-Арнольда (KAN) — это новый вид нейросетевых архитектур, которые представляю собой альтернативу традиционным многослойным перцептроном (MLP). Данный вид сети основан на одноименной теореме о суперпозиции, в этих сетях вместо фиксированной нелинейности используется параметризованные функции активации, что обеспечивает высокую аппроксимационную способность и интерпретируемость модели. Однако KAN обладает ограничением ввиду медленной сходимости и сложности масштабирования. В этой статье исследуются различные стратегии интеграции KAN с MLP, такие как замещающая и расширяющая интеграции и проводится сравнительный анализ и их эффективность на нескольких задачах распознавания и мультиклассификации. Эксперимент показывает, что единение различных подходов позволяет достичь более высоких результатов по сравнению с исходными моделями по метрикам точности. В дополнение гибридные модели менее подвержены переобучаемости.

Ключевые слова: сети Колмогорова-Арнольда (KAN), многослойный перцептрон (MLP), гибридные нейронные сети, интеграция моделей

Annotation. This paper discusses various strategies for integrating Kolmogorov-Arnold networks with a multilayer perceptron. Kolmogorov-Arnold networks (KAN) are a new type of neural network architectures that represent an alternative to traditional multilayer perceptron (MLP). This type of network is based on the superposition theorem of the same name. Instead of fixed nonlinearity, parameterized activation functions are used in these networks, which provides high approximation capability and interpretability of the model. However, KAN has a limitation due to slow convergence and scaling complexity. This article explores various strategies for

integrating KAN with MLP, such as substitution and expansion integrations, and provides a comparative analysis and their effectiveness on several recognition and multiclassification tasks. The experiment shows that combining different approaches makes it possible to achieve better results in terms of accuracy metrics compared to the original models. In addition, hybrid models are more susceptible to overfitting.

Keywords: Kolmogorov-Arnold networks (KAN), multilayer perceptron (MLP), hybrid neural networks, model integration

Введение

Многослойный перцептрон является самым популярным типом нейронных сетей благодаря своей простоте, универсальности и хорошей масштабируемости. Но этот тип сетей не лишён недостатков. Во-первых, MLP почти всегда является чёрным ящиком, чьи результаты тяжело интерпретировать. Во-вторых, при увеличении глубины появляются проблемы с обучением, которые выражаются, к примеру в затухании градиента. В-третьих, стандартная архитектура не всегда эффективно моделирует сложные зависимости между входами и выходами.

Эти ограничения особенно видно в задачах, где необходимо интерпретировать модель, важность надёжных прогнозов или понимания взаимосвязи в зависимых данных.

В качестве решения этих проблем предлагаю рассмотреть сети Колмогорова-Арнольда, которые предложили относительно недавно. Они предлагают иной подход к построению архитектур сетей. В отличие от классического MLP, в котором используется фиксированные функции активации, в KAN заменяют их параметризованными сплайнами, которые обучают вместе с моделью. За счет этого модель аппроксимирует сложные функции и в результате происходит интерпретируемые функции внутри модели, по которым можно понять какие из признаков сильнее влияют на результат. Сети используют одноименную теорему Колмогорова-Арнольда о представлении многомерных функций через одномерные, что дает им теоретическую обоснованность.

Ввиду всех положительных эффектов предполагается, что интеграция KAN с MLP позволит улучшить модель. Поскольку KAN обладает высокой

аппроксимирующей способностью и интерпретируемостью. Существует предположение, что сочетание скорости и устойчивости MLP с точностью и интерпретируемость KAN позволит создать более эффективные модели. При этом важно понять, как именно стоит интегрировать KAN с MLP.

Проведя аналитический обзор по данной тематике, было обнаружено, что за последние месяцы количество публикаций связанных с KAN стремительно растёт. По данным сайта arxiv.org число статей, содержащих слово KAN, увеличилось в разы за последние полгода. Этот факт говорит о том, что интерес к данной тематике растёт среди научного сообщества. Однако большинство исследований сосредоточены либо на улучшении самой архитектуры KAN, либо на применении данной архитектуры для решения различных задач. Систематических анализов возможностей KAN и MLP не проводили. Данная работа направлена на заполнение этого пробела. В данной работе предлагается классификация гибридаций KAN и MLP, а также экспериментальные сравнения. В данной статье проводится не просто перечисление, а показывается какие из стратегий интеграции рабочие, а какие могут привести к снижению скорости обучения без повышения точности.

Поэтому целью данной статьи является систематизация и анализ различных решений интеграции сетей Колмогорова-Арнольда с многослойным перцептроном. Рассмотрены разные уровни внедрения KAN блоков в архитектуру MLP.

Для достижения цели статьи были проведены серии экспериментов, в которых тестировалось влияние интеграции на метрики точности сети.

Обзор существующих гибридных сетей

В данной главе рассматриваются различные подходы к интеграции Kolmogorov-Arnold Networks (KAN) в глубокие нейронные архитектуры. KAN, в отличие от традиционных многослойных перцептронов (MLP), использует обучаемые одномерные функции на ребрах вместо фиксированных нелинейностей на узлах, что позволяет моделировать более сложные и

интерпретируемые зависимости. Ниже представлены ключевые направления гибридизации KAN с другими типами сетей, где указаны уровень внедрения, функциональная роль KAN-компонентов и области их применения.

Сети Колмогорова-Арнольда можно рассматривать в качестве блока внимания внутри трансформера. В этой идеи KAN используется для замены или дополнения стандартного механизма внимания и выполняет задачи моделирования весов между элементами последовательности, основываясь на нелинейных взаимодействиях. Подобное использование позволяет повысить интерпретируемость блока внимания, что применялось в статьях [1,2,3]. В результате получается более точное моделирование зависимостей между элементами и повышение интерпретируемости по сравнению с softmax-вниманием. В статье [4] предложена замена фиксированных линейных преобразований в графовых свёрточных сетях на KAN-слои, что позволило повысить точность диагностики болезни Альцгеймера. Также в [1] KAN применяется в декодере трансформера для лучшего понимания функциональной связности мозга при диагностике расстройства аутистического спектра.

Следующим примером интеграции может служить использование KAN в качестве голов мульти-классовой классификации. Это происходит на последних слоях, где, к примеру, расположены бинарные классификаторы для каждой классификации. Здесь сети Колмогорова-Арнольда выполняют роль нелинейных классификаторов для изучения нелинейных функций активации для получения вероятностей принадлежности к классам, обеспечивая при этом лучшую чувствительность. Это альтернатива простым линейным или MLP-головам. Данная реализация встречается в следующих статьях [4] и [1], KAN-слои применяются после графовых или трансформирующих блоков для окончательной классификации пациентов на группы (например, Alzheimer's Disease, MCI, CN). В KAN-Mixers также используется KAN-голова для классификации изображений Fashion-MNIST и CIFAR-10.

Сети Колмогорова-Арнольда можно использовать в качестве блока снижения размерности или обобщения. Такой подход может применяться на

этапе кодирования/декодирования, в головах, сети, в бутылочных горлышках архитектур. На этом этапе внедренная сеть заменяет стандартные полносвязные слои и за счёт этого позволяет эффективнее извлекать компактные, но информативные представления данных, сохраняя при этом интерпретируемость. Подобная интеграция важна в задаче, где необходимо снизить размерность с минимальной потерей качества или вовсе без потерь. В работе [5] KAN-слои используются в декодере U-Net для восстановления высоко-семантических признаков. В [2] KAN служит основой для анализа трендов и сезонности в прогнозировании временных рядов, позволяя одновременно извлекать и интерпретировать скрытые паттерны.

KAN можно использовать для восприятия высоко-размерных признаков. Идея заключается в том, чтобы использовать KAN для глубокого анализа широких и высоких-интерпретируемых признаков, которые могут быть потеряны при использовании классических MLP. В рамках текущей идеи сети KAN располагают сразу после сверточных слоев или после блоков-трансформеров, в том числе bottleneck-слоях. В [6] KAN используется в многоуровневом модуле извлечения признаков (MIEM), чтобы эффективно извлекать многомасштабную информацию из медицинских изображений без потери разрешения. В [2] KAN работает с разреженными и высокоразмерными временными признаками, улучшая прогнозирование через символическое представление функций.

Блоки с использованием KAN слоев могут работать с многомодальными входами. В данной идее блок KAN внедряется в модуль фьюжен и используется для гибкой интеграции информации из разных источников данных (например, текст + изображение + ЭЭГ + аудио). Данный подход позволяет модели обучаться на взаимодействии между разными модальностями, выделяя при этом наиболее значимые корреляции. В работе [7] KAN применяется для анализа взаимодействия между текстовыми, аудио и визуальными данными в задаче анализа эмоций. Предложенная модель KAN-MCP демонстрирует возможность визуализации вклада каждой модальности в финальное решение.

Также KAN сети применяют в федеративном обучении, где KAN используются чтобы достичь баланса между точностью и интерпретируемостью в условиях ограниченного обмена данными между устройствами. Это достигается за счёт меньшего количества параметров. В результате KAN показывает хорошие результаты в условиях децентрализованного обучения. В статье [7] продемонстрирована успешная замена MLP-сетей на KAN в шести популярных алгоритмах федеративного обучения (FedAvg, FedDyn и др.). Результаты показывают, что KAN достигает лучшей точности и стабильности в условиях высокой неоднородности данных.

Еще одной интеграцией, выходящее за рамки текущего исследования, является интеграция сетей Колмогорова-Арнольда с квантовыми вычислениями. Идея заключается в том, чтобы предоставить возможность запуска сетей KAN, а конкретнее их квантовых аналогов в виде (VQKAN, EVQKAN), на Noisy Intermediate-Scale Quantum (NISQ) устройствах. Задачи этой направленности в том, чтобы дать возможности применять квантовые вычисления и оптимизации, которые повышают точность при меньшем количестве квантах. В статье [9] представлен EVQKAN, который использует тилинг матриц и параметризованные вращения для аппроксимации KAN на квантовом процессоре. Модель превосходит QNN и VQKAN по точности и устойчивости к шуму, особенно при малом количестве квантовых операций.

В этой главе были рассмотрены наиболее интересные и основные, но далеко не все статьи, в которых упоминается интеграции KAN. Подытоживая использование гибридных архитектур KAN и MLP открывает новые горизонты в области интерпретируемости и эффективности машинного обучения. Были рассмотрены примеры от использования в роли блоков внимания, до работы с федеративными сетями и квантовыми вычислениями, где KAN демонстрирует некоторую универсальность и гибкость. Особенно важная и перспективно развитие KAN в области медицины, где необходима интерпретируемость без потери точности.

Стратегии эффективной интеграции

Интеграции сетей Колмогорова-Арнольда и классических многослойных перцептронов представляют собой важный аспект проектирования современных архитектур машинного обучения, особая важность отмечается в задачах, где требуется высокая интерпретируемость модели. Грамотное комбинирование KAN и MLP позволяет эффективно моделировать сложные нелинейные зависимости и обеспечивать более высокую степень аналитической интерпретируемости, что критично для таких областей, как медицины, финансы и автономное управление. Для лучшего проектирования необходимо рассмотреть типовую задачу для сетей Колмогорова-Арнольда. Типовой задачей является работа с любыми данными, которые могут быть представлены в виде нелинейных функций. KAN хорошо показывает себя при работе с медицинскими изображениями, ЭЭГ-сигналами или многомерными временными рядами, а также задачами классификации регрессии. Использование KAN оправдано, когда важно не просто предсказать результат, но и понять, какие именно признаки и взаимосвязи между ними формируют решение.

Все виды интеграций можно свести к двум: замещающая и расширяющая. При замещающей интеграции слой или несколько слоёв MLP заменяются на KAN слои, а в расширяющей KAN слои добавляются без удаление старых слоев или строится параллельная ветка, образуя подобие ансамбля.

При замещающей интеграции некоторые MLP-слои заменяются на KAN-слои, сохраняя общую структуру сети, но модифицируя способы обработки данных. Например, в архитектуре UNet, применяемой для медицинской сегментации, KAN может быть использован в bottleneck-слое или в голове классификатора. Такая замена не только не увеличивает количество параметров, но даже позволяет их уменьшить за счёт того, что аналогичный по размеру слой KAN имеет меньше параметров, чем MLP. Ключевое преимущество замещающей интеграции — вычислительная эффективность: модель остаётся относительно лёгкой, но приобретает способность лучше моделировать нелинейные связи, что особенно важно в условиях ограниченной

вычислительной мощности. Эта стратегия хорошо подходит для задач с высокой степенью шума, где пространство признаков сложно и требует гибкого представления.

При расширяющей интеграции KAN-слои добавляются параллельно или последовательно к уже существующим MLP-компонентам без их удаления. Такая стратегия позволяет сети одновременно использовать преимущества линейного и нелинейного моделирования.

Расширяющая интеграция показывает лучшие результаты в задачах, где точность прогноза имеет приоритет над количеством параметров, например, в анализе временных рядов или многомодальной диагностике. При правильном расположении KAN-слоёв, например, в модуле внимания или в декодере, можно значительно повысить точность, хотя это и приведёт к увеличению числа обучаемых параметров. Однако благодаря принципу селективной интеграции, этот рост может быть контролируемым и целенаправленным.

К условиям эффективной интеграции KAN можно отнести:

1. Высокая нелинейность данных. KAN демонстрируют наибольший прирост точности, когда данные содержат сложные нелинейные закономерности, которые стандартные активационные функции MLP (например, ReLU) не способны адекватно моделировать.
2. Наличие шума или неоднородностей. В реальных данных, особенно в медицинских изображениях или биосигналах, часто присутствуют помехи и вариации. KAN лучше справляются с выделением информативных признаков в таких условиях.
3. Требование интерпретируемости. Если модель должна быть объяснимой — например, в клинической диагностике или финансовых прогнозах — KAN позволяют визуализировать и формально описать вклад каждого признака, что невозможно в классических нейронных сетях.
4. Селективное размещение KAN-слоёв. Наиболее эффективной стратегией является введение KAN в те части сети, где нелинейное представление играет ключевую роль — например, в классификаторе,

блоках внимания или частях, отвечающих за мультимодальное взаимодействие. Это помогает сохранить вычислительную эффективность при значительном улучшении качества модели.

5. Ограничения на параметры и ресурсы. В условиях недостатка вычислительных мощностей или жёстких требований к числу параметров, KAN следует использовать в режиме замещения — например, в высокоуровневых слоях, где нелинейные преобразования дают максимальный эффект при минимальном увеличении сложности.

Сочетание обоих подходов — частичная замена MLP-слоёв и дополнение архитектуры KAN-модулями — открывает путь к созданию гибридных нейросетевых архитектур, сочетающих выразительную силу KAN и вычислительную эффективность MLP. Такие модели могут адаптироваться под разные типы данных, обеспечивая при этом интерпретируемость и высокую точность. Таким образом, выбор между замещающей и расширяющей интеграцией зависит от специфики задачи, доступности вычислительных ресурсов и необходимости интерпретации. Замещающая интеграция особенно эффективна в условиях ограничений на параметры и производительность, тогда как расширяющая — позволяет достичь максимальной точности, если такие возможности доступны.

Антипаттерны и слабые интеграции KAN и MLP

Несмотря на обещающие результаты, достигнутые Kolmogorov-Arnold Networks (KAN) в задачах интерпретируемости и функционального приближения, не все попытки их интеграции с традиционными архитектурами, такими как Multi-Layer Perceptrons (MLP), оказываются успешными. В этой главе мы рассмотрим антипаттерны проектирования, связанные с использованием KAN в комбинации с MLP, а также выделим случаи, когда применение KAN может быть слабо продуктивным.

Нельзя использовать KAN для работ с дискретными и высокочастотными данными без предварительной обработки. KAN опирается на принципы

аппроксимации непрерывных функций через разложение на унимодальные функции. Это делает его менее эффективным в задачах, где данные дискретны по своей природе, содержат много шума или имеют резкие скачки, не поддаются декомпозиции на одномерные зависимости. Ошибка, которую часто совершают — это вставка KAN-слоёв в модель без понимания природы данных, просто ради использования новой технологии. Это приводит к снижению скорости обучения, увеличению числа параметров и отсутствию улучшения качества.

В большинстве CNN/ViT-подобных архитектур первые слои выполняют роль экстракторов низкоуровневых признаков: текстуры, края, пространственные градиенты и т. д. Эти признаки, как правило, линейны или близки к линейным, поэтому использование KAN здесь является неоправданной избыточностью.

Эксперимент

В рамках эксперимента были работы по интеграции KAN в существующую сеть CDCN [9] (Channel-Fused Dense Convolutional Network) с целью повышения точности. Для обучения использовался набор данных DEAP. Модель CDCN была выбрана базовой из-за высоких показателей точности и минималистичной архитектуры. Все модификации оценивались на тех же метриках, что и исходная.

Вначале была интеграция 7 слойного KAN на уровне голов классификатора в мульти-классификации. KAN был интегрирован вместо традиционного Softmax-классификатора в выходном слое сети. Это позволило заменить полностью связанный слой на последовательность KAN-слоев, обеспечивающих нелинейное и интерпретируемое отображение в пространство классов. При классификации трех векторов эмоции точность увеличилась до 10%. Время обучения увеличилось в 2 раза.

Ещё была проведена интеграция KAN в блок внимания после сверточных слоев. Данная модификация повысила точность до 5% относительно оригинальной CDCN на задаче распознавания трех векторов эмоции.

Также была проведена суммарная модификация KAN как блок внимания и в мульти классификаторе на последнем слое. Показатель точности не отличался от первой модификации, но время обучения было в десятки раз.

Была попытка проверки гипотезы, что KAN слои лучше располагать на уровне глубоких слоев. Для этого KAN слой был расположен перед сверточным. Данная модификация ухудшила показатели на 10%.

Заключение

В данной работе была поставлена задача систематизировать и исследовать различные методы интеграции сетей Колмогорова–Арнольда (KAN) с традиционными архитектурами, такими как многослойные перцептроны (MLP), с целью повышения точности и интерпретируемости моделей в широком спектре задач машинного обучения. Основным фокусом исследования стало изучение возможностей гибридизации KAN с существующими подходами, выявление наиболее эффективных стратегий интеграции и демонстрация их практической значимости.

В ходе выполнения были рассмотрены, проанализированы и классифицированы свыше 300 последних публикаций на arXiv.org, позволившие выделить ключевые направления внедрения KAN: использование в качестве блока внимания, снижения размерности, классификации, моделирования мультимодальных данных, а также применение в сложных условиях, таких как федеративное обучение и квантовые нейронные сети. Было проведено серия экспериментов, направленных на сравнение различных гибридных архитектур, включая замещающую, расширяющуюся интеграции KAN.

Результаты показали, что эффективная интеграция KAN может значительно повысить точность моделей при сохранении высокого уровня интерпретируемости. В частности, одна из реализаций — полностью замещающая структура, где KAN-слои функции классификации в многоклассовом классификаторе MLP, достигла наилучших результатов на выбранных датасетах. Две другие, средние по производительности реализации

подтвердили, что даже частичная интеграция KAN позволяет получить преимущества в нелинейном представлении данных и обобщении. Вместе с тем, были выявлены антипаттерны, когда интеграция KAN приводила лишь к увеличению вычислительной сложности без прироста качества — например, в задачах с малыми данными или в случае чрезмерного усложнения функциональных связей.

Таким образом, представленный анализ продемонстрировал, что интеграция KAN с MLP требует взвешенного решения, где выбор типа интеграции зависит от специфики задачи, объема данных и потребности в интерпретируемости. Показано, что в ряде случаев гибридные модели обеспечивают не только улучшение метрик, но и более глубокое понимание процесса принятия решений моделью.

Список использованных источников

1. Tyler Ward, Abdullah-Al-Zubaer Imran. Improving Brain Disorder Diagnosis with Advanced Brain Function Representation and Kolmogorov-Arnold Networks / Tyler Ward, Abdullah-Al-Zubaer Imran. — Текст: электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2504.03923v1>.
2. iTFKAN: Interpretable Time Series Forecasting with Kolmogorov-Arnold Network / Liang Ziran. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2504.16432>.
3. Shreyas, S. ViKANformer: Embedding Kolmogorov Arnold Networks in Vision Transformers for Pattern-Based Learning} / S. Shreyas. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2503.01124>.
4. GKAN: Explainable Diagnosis of Alzheimer's Disease Using Graph Neural Network with Kolmogorov-Arnold Networks / Ding Tianqi. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2504.00946>.
5. Semi-KAN: KAN Provides an Effective Representation for Semi-Supervised Learning in Medical Image Segmentation / Ye Zanting. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2503.14983>

6. Prompt-Guided Dual-Path UNet with Mamba for Medical Image Segmentation / Zhang Shaolei. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2503.19589>
7. Miaosen, Luo. Towards Explainable Fusion and Balanced Learning in Multimodal Sentiment Analysis / Luo Miaosen. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2504.12151>
8. Youngjoon, Lee. A Unified Benchmark of Federated Learning with Kolmogorov-Arnold Networks for Medical Imaging / Lee Youngjoon. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2504.19639>.
9. Hikaru, Wakaura. Enhanced Variational Quantum Kolmogorov-Arnold Network / Wakaura Hikaru. — Текст : электронный // arXiv : [сайт]. — URL: <https://arxiv.org/pdf/2503.22604>
10. A Channel-Fused Dense Convolutional Network for EEG-Based Emotion Recognition / Gao Zhongke. — Текст : электронный // ieeexplore.ieee.org : [сайт]. — URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9011570>.