

Туманов Андрей Владиславович

ведущий научный сотрудник лаборатории Прочности Института проблем энергетики и перспективных технологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук» (ИЭПТ ФИЦ КазНЦ РАН)

МНОГОСТАДИЙНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УСТАЛОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ

В исследовании представлен многостадийный подход к прогнозированию долговечности элементов конструкций, работающих при взаимодействии усталости и ползучести. Методология объединяет три последовательные стадии разрушения: накопление рассеянных повреждений, зарождение макротрещины и ее дальнейший рост. Для моделирования каждой стадии использованы различные физико-механические подходы: механика поврежденного континуума, метод фазовых полей разрушения и механика трещин. Верификация моделей выполнена на основании экспериментов, проведенных на гладких цилиндрических и компактных образцах с боковым надрезом при температуре 650°C. Продемонстрирован расчет суммарной долговечности на примере модельной задачи вращающегося диска, изготовленного из жаропрочного никелевого сплава ЭИ698

Ключевые слова: жаропрочные сплавы, долговечность, фазовые поля разрушения, зарождение трещины, накопление повреждений, ползучесть, многостадийное моделирование.

Введение

Никелевые сплавы, сохраняющие прочность при температурах до 800°C, широко применяются в элементах конструкций оборудования, работающих в

условиях циклического нагружения при повышенных температурах. Эксплуатация в этом случае сопровождается сложным термомеханическим нагружением, приводящим к взаимодействию усталостных процессов и процессов, вызванных ползучестью. Важнейшей задачей является прогнозирование долговечности учитывающее развитие повреждений в зонах концентрации напряжений.

Суммарную долговечность на мезомасштабе принято разделять на три стадии: накопление распределенных повреждений, инициализация макротрещины и устойчивый рост трещины [1]. Для описания первой стадии эффективны модели механики поврежденного континуума [2–6]. Главным их недостатком является их неустраняемая зависимость от размеров дискретизации, что сильно ограничивает их применимость к моделированию роста и слияния микро и макро трещин. На стадии роста трещин обычно используются критерии механики разрушения, но они требуют априорного знания начальных размеров дефекта [7,8]. Стадия зарождения трещины, которая часто игнорируется при расчете долговечности, требует учета процессов происходящих на уровне микроструктуры материала [9–15]. В связи с вышеизложенным, целью работы является разработка комплексного подхода, интегрирующего модели для всех трех стадий в единую расчетную схему.

Моделирование накопления рассеянных повреждений

Для описания поведения материала на стадии накопления повреждений использована модель, учитывающая изотропное и кинематическое упрочнение, деформацию ползучести и два механизма накопления повреждений: от действия усталостных нагрузок и ползучести.

Принято аддитивное разложение деформаций на упругую, пластическую и вязкую составляющие. Пластическое течение описывается ассоциированным с поверхностью текучести Мизеса законом:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = d\mathcal{G}_{pl} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (1)$$

Положение поверхности текучести в пространстве главных напряжений задается девиаторами напряжений \mathbf{s} и микронапряжений $\boldsymbol{\beta}$.

$$\Phi = \frac{3}{2}(\mathbf{s} - \boldsymbol{\beta}) : (\mathbf{s} - \boldsymbol{\beta}) - R^2 = 0 \quad (2)$$

Изотропное упрочнение аппроксимировано степенным уравнением Рамберга-Осгуда:

$$E\varepsilon_{ij} = (1 + \nu)s_{ij} - (1 - 2\nu)\sigma_h \cdot I + \frac{3}{2}\alpha \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0} \right)^{n-1} s_{ij} \quad (3)$$

где $\sigma_h = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})/3$ - гидростатические напряжения, $\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij} : s_{ij}}$ - эквивалентные напряжения по Мизесу, E - модуль упругости, ν - коэффициент Пуассона, α и n - свойства материала характеризующие параметры изотропного упрочнения, σ_0 - предел текучести.

Кинематическое упрочнение аппроксимировано уравнением Армстронга-Фредерика:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_{ij} = \frac{2}{3}A_{kin} \cdot \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}^{pl} - B_{kin}\boldsymbol{\beta}_{ij}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{eqv}^{pl}, \quad (4)$$

где A_{kin} и B_{kin} - материальные константы характеризующие свойства материала.

Поврежденность при пластическом деформировании моделировалась на основе модели Lemaitre:

$$\dot{\omega}_{pl} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} \frac{1}{1 - \omega_{pl}} \cdot \left(\frac{-Y}{A_{Lem}} \right)^{B_{Lem}} \quad (5)$$

При ползучести были использованы классические подходы Работнова-Качанова. Скорость деформаций ползучести определялась по закону Нортона:

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = B_{cr} \left(\frac{\sigma_e}{1 - \omega_{cr}} \right)^m, \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_{cr} = C_{cr} \left(\frac{\sigma_{eqv}}{1 - \omega} \right)^q, \quad (7)$$

где B_{cr}, C_{cr}, m и q - материальные константы.

Взаимное влияние процессов накопления повреждений учтено на основе подходов изложенных в работе [16].

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{\omega}_{cr}}{1 - \dot{\omega}_{pl}} + \frac{\dot{\omega}_{pl}}{1 - \dot{\omega}_{cr}} \quad (8)$$

Численная реализация выполнена в виде пользовательских подпрограмм USERMAT и USERCREEP для программного комплекса ANSYS. Исходные коды и документация оформлены в виде соответствующих репозиторий и находятся в свободном доступе [17]. Параметры моделей идентифицированы по результатам испытаний гладких цилиндрических образцов при 650°C (см. Таблицу 1). Верификация показала хорошее соответствие экспериментальным данным по ползучести и малоциклового усталости.

Таблица 1. Параметры обобщенной модели для сплава ЭИ698.

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
E	158143	A_{kin}	10800	B_{cr}	6.6E-12
ν	0.3	B_{kin}	28.3	m	2.54
σ_0	495	A_{Lem}	1.1	C_{cr}	5.3E-12
α	1.4	B_{Lem}	1	q	3.5
n	6.67				

В основе численных расчетов, демонстрирующих описываемый подход к прогнозированию долговечности, заложена геометрия имитирующая вращающийся диск при температуре 650°C. Температура в расчетах принята постоянной. Температурные деформации не учитываются. Для обеспечения

возможности сравнения результатов моделирования скорости роста трещины с экспериментальными значениями, полученными в результате испытаний компактных образцов с боковым надрезом, цикл нагружения принят трапециевидным с выдержкой при максимальном нагружении 120 секунд и нулевым коэффициентом асимметрии. Максимальная угловая скорость вращения диска, определяющая через инерционные силы условия нагружения на этапе выдержки под нагрузкой, постоянна и составляет 565 радиан в секунду при плотности материала 7800 кг/м³. Структура материала на данном этапе расчетов принята однородной и изотропной по всему объему.

В результате расчета была получена кинетика изменения внутренних повреждений и зоны их концентрации. За время начала разрушения при численном моделировании и при определении параметров моделей принималось достижение в любой точке параметром поврежденности критического значения ω_{crit} [18]. Для материала ЭИ698 при температуре 650°C данный параметр был принят $\omega_{crit} \approx 0.2$. По результатам расчета критическое значение параметра поврежденности в месте концентрации повреждений достигается на 115 цикле нагружения. Данный цикл принимается за прогнозируемое значение долговечности на стадии накопления повреждений $N_{dmg} = 115$. Достижение параметром поврежденности критического значения принимается за точку отсчета в моделировании стадии инициализации макротрещины.

Моделирование зарождения макротрещины

Стадия инициализации макротрещины моделировалась на основе моделей фазовых полей разрушения [19]. Исходные коды и документация созданного для этих целей конечного элемента так же могут быть найдены в свободном доступе [17]. Результаты фрактографических исследований показали, что при высоких температурах в рассматриваемом материале наблюдается преимущественно межзеренное разрушение при любом типе циклического термомеханического нагружения [20]. Таким образом,

характерный масштаб моделирования завязывается на необходимость прогнозирования распространения трещины в межзеренном пространстве. По результатам фрактографических исследований поверхностей разрушения экспериментальных образцов выполненных из сплава ЭИ698 среднестатистический размер зерен составил ≈ 50 мкм.

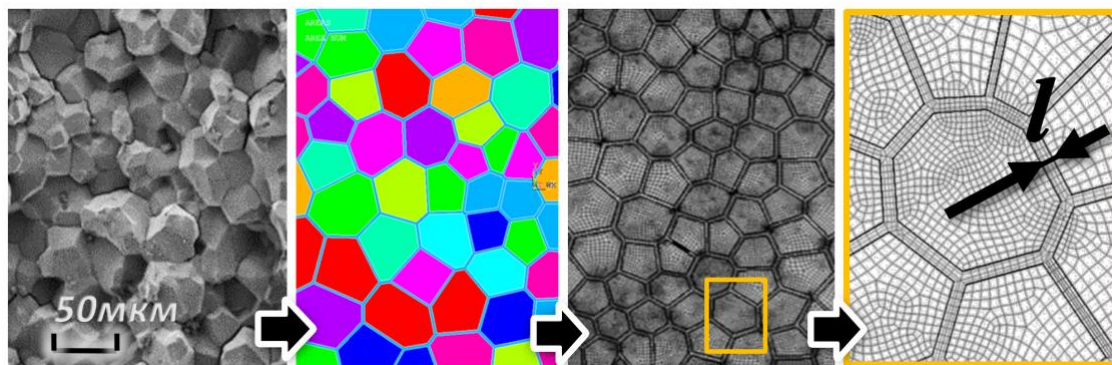


Рис.1. Моделирование зернистой структуры материала ЭИ698

На основе диаграммы Вороного была сформирована расчетная область, имитирующая зернистую структуру материала ЭИ698 (Рис.1). Размеры области в которой моделировалась ячеистая структура материала составил 2x2 мм. Данный размер выбран исходя из соображений, что обнаруживаемый размер трещины при неразрушающем контроле составляет примерно 0.3 мм. Поле повреждений, полученное в результате расчета диска в полноразмерной постановке, проецировалось из зоны концентрации на расчетную область в качестве граничных условий для узловой степени свободы отвечающей за параметр плотности трещин в модели фазовых полей разрушения.

Критические значения скорости высвобождения энергии G_c определялись из результатов испытаний направленных на исследования развития трещин при термомеханическом нагружении через площадь петли в координатах нагрузка-перемещение на линии нагружения [21]. Развитие трещины в межзеренном пространстве предопределялось разницей значений критической скорости высвобождения энергии в зерне и межзеренном

пространстве. Для тела зерна задавалось значение $G_c=10.55$ кН/мм, для межзеренного пространства $G_c=6.15$ кН/мм [19].

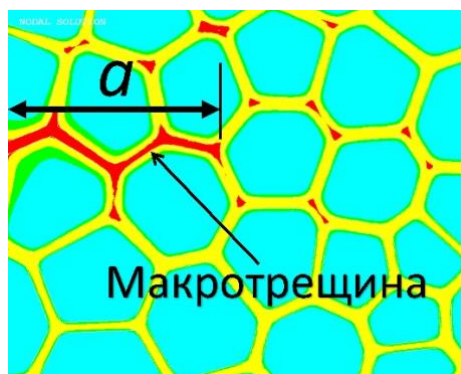


Рис.2. Моделирование инициализации трещины

В результате численного расчета было получено распределение фазовых полей разрушения в зоне концентрации поврежденности в зависимости от текущего цикла нагружения (Рис.2). Длина трещины определялась из проекции фазовых полей разрушения на ось перпендикулярную оси приложения растягивающих усилий для каждого цикла нагружения. Таким образом были получены зависимости длины трещины от текущего цикла нагружения. Длина трещины достигает значение 0,3 мм на 3461 цикле. Это значение принимается за расчетную долговечность на стадии инициализации трещины $N_{ini} = 3461$.

Моделирование роста макротрещины

В связи с тем, что в результате моделирования процессов инициализации трещины можно выделить положение ее фронта, на этапе распространения макротрещины с точки зрения вычислительных ресурсов существенно выгоднее использовать модели механики трещин. Решение задачи прогнозирования долговечности на стадии роста макротрещины при трапецевидном цикле нагружения для вращающегося диска в условиях взаимодействия усталости и ползучести на основе концепции нелинейных коэффициентов интенсивности напряжений ранее уже было опубликовано авторами [22]. В опубликованной ранее работе размер зоны процесса

разрушения определялся по дистанционному критерию, связывающему скорость роста трещины с критической плотностью энергии деформации, и в ней же были выведены аналитические формулировки расчета скорости роста трещины при взаимодействии усталости и ползучести:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{creep} = \left\{ \frac{\alpha b_i \left[\frac{(1-\chi)}{\eta_i} + \chi \right]^n (n+1)L \left(\frac{\tilde{\sigma}_e^{n+1}}{\bar{\sigma}_f} \right)}{t_f (1-\omega)^m} \right\} \bar{K}_{cr}^{n+1} \quad (9)$$

Данное уравнение позволяет учесть сложное напряженное состояние и для определения констант, входящих в это уравнения достаточно знать только константы уравнения Нортона, время до разрушения при действующих эквивалентных напряжениях, и значения нелинейного коэффициента интенсивности при ползучести.

Для аппроксимации тенденций изменения нелинейных коэффициентов интенсивности напряжений при росте трещины в рассматриваемой модели вращающегося диска был создан набор расчетных схем, содержащих полуэллиптические трещины различной формы в плане в месте концентрации напряжений. По результатам численных расчетов были получены аппроксимационные зависимости К-тарировочных функций от длины трещины в точке наибольшего проникновения трещины и в точке выхода трещины на поверхность, включая функции для нелинейных коэффициентов интенсивности напряжений (Рис.3).

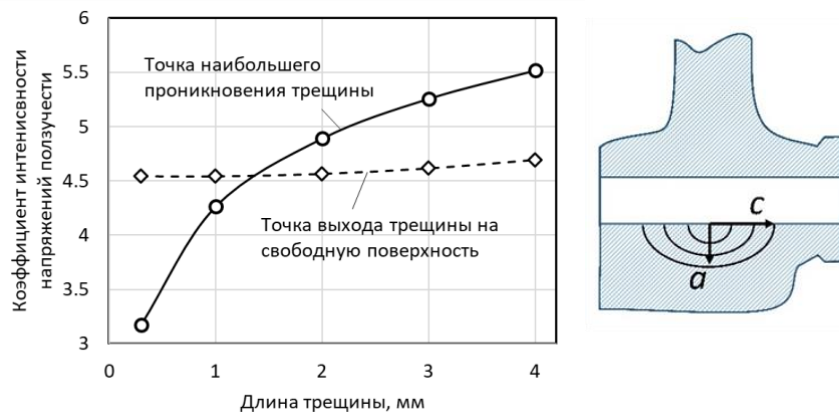


Рис.3. Зависимость нелинейного коэффициента интенсивности при ползучести от длины трещины

Исходная длина трещины для дальнейшего расчета долговечности на стадии роста трещины в данной работе была принята в соответствии с ранее определенной на этапе инициализации макротрещины (0.3 мм). Расчет останавливался при достижении глубины проникновения трещины 4 мм, что соответствует 35836 циклу нагружения (N_{grow}).

Суммарная долговечность определялась как сумма долговечностей на стадиях накопления повреждений, инициализации трещины и ее непосредственного роста:

$$N_{sum} = N_{dmg} + N_{init} + N_{grow}. \quad (10)$$

Это соответствует суммарно 1313 часам работы при выдержке под нагрузкой.

Заключение

Предложенный комплексный подход позволяет последовательно моделировать основные стадии разрушения элементов конструкций, работающих в условиях взаимодействия усталости. Показана эффективность объединения методов механики поврежденного континуума, фазовых полей и механики трещин в единую схему. Перспективы развития рассматриваемого подхода предлагается направить на учет анизотропии материала, более детальное моделирование микроструктуры на основе дислокационных теорий пластичности и учет влияния диффузии кислорода и водорода на процессы накопления и развития повреждений.

Финансирование

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00475, <https://rscf.ru/project/24-29-00475/>

Список литературы

1. Getsov L.B., Semenov A.S. On the safety margins of gas turbine engine parts under thermal cyclic loading // *Aviat. Engines*. 2023. № 1. P. 79–98.
2. Bondar V.S., Abashev D.R. Applied theory of inelasticity // *PNRPU Mech. Bull.* 2018. Vol. 2018, № 4. P. 145–160.
3. Murakami S. *Continuum Damage Mechanics*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. Vol. 185.
4. Bardella L., Niordson C.F. *Strain Gradient Plasticity: Theory and Implementation*. 2020. P. 101–149.
5. Volegov P.S., Gribov D.S., Trusov P. V. Damage and fracture: Crystal plasticity models // *Phys. Mesomech.* 2017. Vol. 20, № 2. P. 174–184.
6. Volkov I.A. et al. Methodology and features of a computational experiment to assess the resource of responsible engineering facilities // *Izv. Saratov Univ. Math. Mech. Informatics*. 2024. Vol. 24, № 1. P. 35–48.
7. Mourad A.-H.I. et al. Fatigue life and crack growth prediction of metallic structures: A review // *Structures*. 2025. Vol. 76. P. 109031.
8. Farukh F. et al. Fatigue crack growth in a nickel-based superalloy at elevated temperature - experimental studies, viscoplasticity modelling and XFEM predictions // *Mech. Adv. Mater. Mod. Process*. 2015. Vol. 1, № 1. P. 1–13.
9. Zhang X., Dunne F.P.E. Short crack propagation near coherent twin boundaries in nickel-based superalloy // *Int. J. Fatigue*. Elsevier, 2023. Vol. 172. P. 107586.
10. Zhang X. et al. Superalloys fracture process inference based on overlap analysis of 3D models // *Commun. Eng.* 2024. Vol. 3, № 1. P. 108.
11. Karabela A. et al. Oxygen diffusion and crack growth for a nickel-based superalloy under fatigue-oxidation conditions // *Mater. Sci. Eng. A*. 2013. Vol. 567. P. 46–57.

12. Lu X., Wang D., Johnsen R. Hydrogen diffusion and trapping in nickel-based alloy 625: An electrochemical permeation study // *Electrochim. Acta*. 2022. Vol. 421. P. 140477.
13. Jiang R., Song Y.D., Reed P.A. Fatigue crack growth mechanisms in powder metallurgy Ni-based superalloys—A review // *Int. J. Fatigue*. 2020. Vol. 141. P. 105887.
14. Trusov P. et al. Thermomechanical Processing of Steels and Alloys: Multilevel Modeling // *Encyclopedia of Continuum Mechanics*. Berlin, Heidelberg, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2020. P. 2496–2511.
15. Xu Q. et al. Anisotropic phase-field crystal plasticity modelling of fracture in nickel-based superalloy // *Int. J. Plast.* 2025. Vol. 190. P. 104368.
16. Skelton R.P., Gandy D. Creep – fatigue damage accumulation and interaction diagram based on metallographic interpretation of mechanisms // *Mater. High Temp.* 2008. Vol. 25, № 1. P. 27–54.
17. Tumanov A.V. Github profile [Electronic resource]. 2025. URL: <https://github.com/Andrey-Fog>.
18. Lemaitre J., Desmorat R. Engineering damage mechanics: Ductile, creep, fatigue and brittle failures // *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. 2005.
19. Tumanov A. Modeling of the transition from transgranular to intergranular fracture at elevated temperatures in EI698 nickel alloy // *Fract. Struct. Integr.* 2025. Vol. 19, № 74. P. 20–30.
20. Shanyavskiy A. et al. Micromechanics of fatigue, creep-fatigue interaction and thermo-mechanical crack growth of XH73M nickel alloy // *Procedia Struct. Integr.* 2023. Vol. 43. P. 215–220.
21. Shlyannikov V., Sulamanidze A., Kosov D. Generalization of crack growth mechanisms under isothermal and thermomechanical fatigue by COD and ERR parameters // *Theor. Appl. Fract. Mech.* Elsevier Ltd, 2024. Vol. 131, №

February. P. 104392.

22. Shlyannikov V., Ishtyryakov I., Tumanov A. Characterization of the nonlinear fracture resistance parameters for an aviation GTE turbine disc // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2020. Vol. 43, № 8. P. 1686–1702.

MULTISTAGE APPROACH TO DURABILITY ASSESSMENT UNDER FATIGUE-CREEP INTERACTION

Tumanov A.V.

Abstract

This study presents a multistage approach for predicting the durability of structural components under creep-fatigue interaction conditions. The methodology integrates three consecutive stages of failure: the accumulation of distributed damage, the initiation of a macrocrack, and its subsequent growth. Different physico-mechanical approaches were used to model each stage: continuum damage mechanics, the phase field fracture method, and fracture mechanics. The models were verified based on experiments performed on smooth cylindrical and compact tension specimens at a temperature of 650°C. The calculation of the total durability is demonstrated using the example of a model of a rotating disk made from the heat-resistant nickel alloy EI698.

Keywords: heat-resistant alloys, durability, phase field fracture, crack initiation, damage accumulation, creep, multistage modeling.