

**УДК 629.78.05**

**Оруджов Фархад Али,**  
магистрант 2 курса, Азербайджанский государственный университет нефти и  
промышленности, Азербайджан, г. Баку,

**Габидулаев Салахаддин Бахтияр,**  
кандидат технических наук, доцент, Национальная академия авиации,  
Азербайджан, г. Баку,

## **РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В СРЕДЕ MATLAB/SIMULINK**

### **Аннотация**

В данной статье рассматривается актуальная задача создания эффективного программного инструментария для анализа динамики вращательного движения космического аппарата (КА). Необходимость верификации сложных нелинейных законов управления ориентацией на ранних этапах проектирования (Model-Based Design) обуславливает выбор среды MATLAB/Simulink. В качестве ключевого метода реализации выбрана технология пользовательских S-функций (System-functions), позволяющая интегрировать сложные математические алгоритмы непосредственно в блочную структуру модели. В работе детально описывается математическая модель, включающая динамические уравнения Эйлера и кинематические уравнения в кватернионах, что позволяет избежать сингулярностей при больших углах разворота. Подробно рассмотрена структура программной реализации S-блоков, включая этапы инициализации и расчета

производных. Представлен синтез кватернионного ПД-регулятора с контуром компенсации гироскопического момента. Приведены результаты численного моделирования, подтверждающие асимптотическую устойчивость и высокие динамические показатели синтезированной системы.

### **Annotation**

This article discusses the creation of an effective software toolkit for analyzing the dynamics of the rotational motion of a spacecraft (SC). The necessity of verifying complex nonlinear attitude control laws at the early design stages (Model-Based Design) determines the choice of the MATLAB/Simulink environment. The user-defined S-function technology was chosen as the key implementation method, allowing the integration of complex mathematical algorithms directly into the block structure of the model. The paper describes in detail a mathematical model including Euler's dynamic equations and kinematic equations in quaternions, which avoids singularities at large slew angles. The structure of the software implementation of S-blocks, including the initialization and derivative calculation stages, is discussed in detail. The synthesis of a quaternion PD controller with a gyroscopic moment compensation loop is presented. The results of numerical simulation confirming the asymptotic stability and high dynamic performance of the synthesized system are given.

**Ключевые слова:** космический аппарат, управление ориентацией, MATLAB, Simulink, кватернионы, уравнения Эйлера, математическое моделирование, S-функции, ПД-регулятор.

**Keywords:** spacecraft, attitude control, MATLAB, Simulink, quaternions, Euler equations, mathematical modeling, S-functions, PD controller.

## Введение

Современный этап развития космической техники характеризуется ужесточением требований к точности наведения и стабилизации космических аппаратов (КА). Для проектирования систем управления ориентацией (СУО) на этапе эскизного проектирования критически важно использование строгих математических моделей, учитывающих пространственный и нелинейный характер динамики твердого тела. Методология модельно-ориентированного проектирования (Model-Based Design), реализуемая в среде MATLAB/Simulink, является стандартом де-факто в инженерной практике [6, с. 12]. Она позволяет объединить математическое описание физических процессов с программной реализацией алгоритмов управления, обеспечивая возможность непрерывной верификации. Целью работы является создание и исследование комплексной модели СУО, устойчивой к большим начальным отклонениям.

### 1. Математическое описание динамики и кинематики

Построение адекватной модели базируется на разделении задачи на динамическую (связь моментов и угловых скоростей) и кинематическую (связь угловых скоростей и параметров ориентации) части.

#### 1.1. Динамические уравнения Эйлера

Вращательное движение КА как абсолютно твердого тела описывается системой дифференциальных уравнений Эйлера. В векторно-матричной форме в проекциях на связанные оси (Body Frame) уравнение имеет вид [3, с. 363]:

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{M}_{\text{упр}} + \mathbf{M}_{\text{возм}}$$

где  $\mathbf{J}$  — тензор инерции КА;  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  — вектор абсолютной угловой скорости;  $\mathbf{M}_{\text{упр}}$  — вектор управляющего момента;  $\mathbf{M}_{\text{возм}}$  — вектор внешних возмущающих моментов.

Слагаемое  $\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega})$  описывает гироскопический момент, возникающий вследствие вращения связанных осей вместе с телом. При высоких угловых скоростях этот момент создает существенные перекрестные связи между каналами управления, что требует его компенсации в алгоритме управления.

## 1.2. Кинематика в параметрах Родрига-Гамильтона (кватернионах)

Для описания углового положения КА относительно инерциальной системы координат используется нормированный кватернион  $\boldsymbol{\Lambda} = [q_0, \mathbf{q}_{vec}]^T$ , где  $q_0$  — скалярная часть,  $\mathbf{q}_{vec} = [q_1, q_2, q_3]^T$  — векторная часть. В отличие от углов Эйлера-Крылова, кватернионы не имеют вырождения («складывания рамок») при углах тангажа  $\pm 90^\circ$ .

Кинематическое уравнение, связывающее производную кватерниона с угловой скоростью, имеет вид [4, с. 18]:

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}$$

где символ « $\circ$ » обозначает кватернионное умножение. При численном интегрировании данного уравнения необходимо на каждом шаге выполнять условие нормировки:

$$\|\boldsymbol{\Lambda}\|^2 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$$

Нарушение этого условия вследствие ошибок округления может привести к нарушению ортогональности матрицы перехода и ошибкам в вычислении ориентации.

## 2. Программная реализация в Simulink

Для реализации математической модели и алгоритмов управления была разработана схема в среде Simulink. Особенностью данной реализации является использование блока MATLAB Function, который позволяет описывать

поведение системы дифференциальными уравнениями непосредственно на языке MATLAB, что обеспечивает высокую гибкость модели.

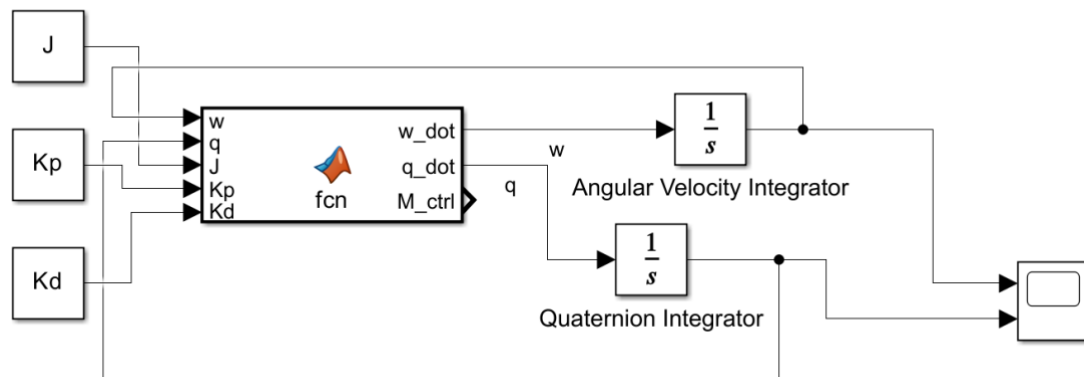
Структура программной реализации включает следующие ключевые элементы:

- **Блок расчета динамики и кинематики (fcn):** реализует уравнения Эйлера и кинематические уравнения кватерниона. Входными данными являются текущие значения угловой скорости, кватерниона, управляющие моменты и параметры системы (тензор инерции, коэффициенты регулятора).

- **Интеграторы:** Блоки Integrator для численного интегрирования производных угловой скорости ( $w\_dot$ ) и кватерниона ( $q\_dot$ ).

- **Блок визуализации:** Scope для отображения результатов моделирования в реальном времени.

Общая схема разработанной модели представлена на рисунке 1.



**Рис. 1. Общая структурная схема модели управления угловым движением КА в среде Simulink**

В представленной на рис. 1 схеме реализована замкнутая система управления. Блок MATLAB Function вычисляет не только производные состояния, но и управляющий момент  $M_{ctrl}$  на основе текущей ошибки

ориентации и угловой скорости, реализуя закон управления внутри единого вычислительного ядра. Это минимизирует задержки и упрощает структуру связей в модели.

Использование подобного подхода, близкого к технологии S-функций [3, с. 361], облегчает дальнейший переход к этапу генерации C-кода (Simulink Coder) для загрузки алгоритмов в бортовой процессор.

### 3. Синтез алгоритма управления

Для решения задачи стабилизации (приведения угловых скоростей к нулю и совмещения связанных осей с инерциальными) используется нелинейный закон управления. Управляющий момент  $\mathbf{M}_{упр}$  формируется следующим образом [2, с. 12]:

$$\mathbf{M}_{упр} = -k_p \mathbf{q}_{vec} - k_d \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega})$$

Данный закон включает три компонента:

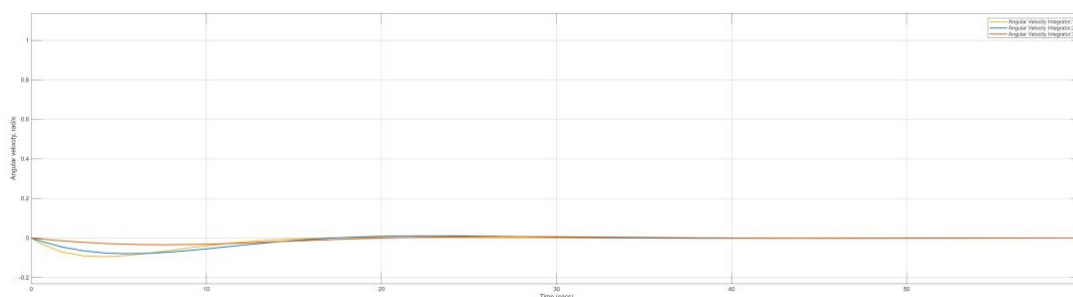
1. **Пропорциональная составляющая** ( $-k_p \mathbf{q}_{vec}$ ): создает восстанавливающий момент, пропорциональный отклонению. Поскольку векторная часть кватерниона  $\mathbf{q}_{vec} = \mathbf{e} \sin(\alpha/2)$ , где  $\alpha$  — угол собственного поворота, этот член обеспечивает стремление КА к целевой ориентации по кратчайшему пути.
2. **Дифференциальная составляющая** ( $-k_d \boldsymbol{\omega}$ ): обеспечивает демпфирование колебаний.
3. **Компенсационная составляющая** ( $\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega})$ ): линеаризует объект управления, компенсируя гироскопический момент Эйлера.

Коэффициенты  $k_p$  и  $k_d$  выбираются исходя из желаемой частоты среза системы и обеспечения коэффициента демпфирования  $\xi \approx 0.7...0.9$  для получения апериодического переходного процесса без перерегулирования.

#### 4. Результаты численного моделирования

Верификация модели проводилась для КА с диагональным тензором инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}([1200, 2200, 3100])$  кг·м<sup>2</sup>. Начальные условия соответствовали отклонению на 60° по всем осям Эйлера, что является сложным режимом для линейных регуляторов.

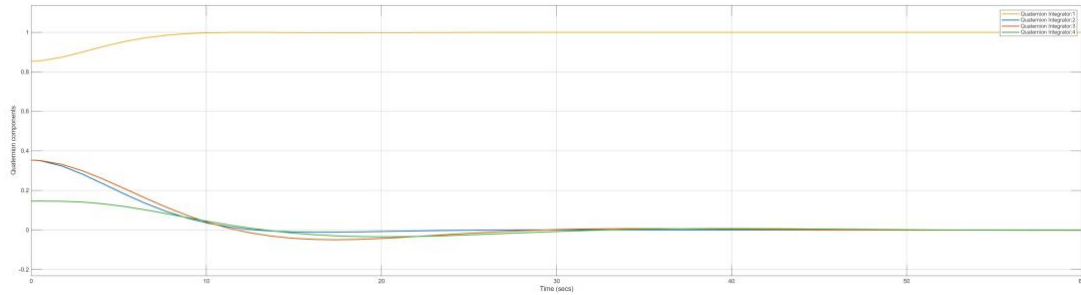
На рис. 2 показан график изменения угловых скоростей.



**Рис. 2. Изменение проекций угловой скорости КА в процессе стабилизации**

Анализ рис. 2 показывает, что угловые скорости, возникшие под действием начального восстанавливающего момента, плавно снижаются до нуля. Время регулирования (вхождения в 5% зону) составляет порядка 20 секунд. Отсутствие колебаний свидетельствует о корректном выборе коэффициента демпфирования  $k_d$ .

На рис. 3 представлен процесс изменения компонент кватерниона.



**Рис. 3. Переходный процесс изменения компонент кватерниона ориентации**

Из рис. 3 видно, что скалярная часть кватерниона  $q_0$  (желтая линия) монотонно стремится к 1, а векторные компоненты  $q_1, q_2, q_3$  — к 0. Это соответствует переходу КА в целевую ориентацию. Отсутствие перерегулирования подтверждает высокое качество управления. Точность стабилизации в установившемся режиме определяется только ошибками округления машины и составляет порядка  $10^{-15}$ .

### **Заключение**

Разработанный программный комплекс на базе среды MATLAB/Simulink продемонстрировал высокую эффективность при моделировании пространственного движения КА. Применение кватернионной кинематики и закона управления с компенсацией нелинейностей обеспечило устойчивую стабилизацию аппарата при больших начальных отклонениях. Созданный инструментарий может быть рекомендован для использования в учебном процессе при подготовке магистров, а также для прототипирования алгоритмов ориентации реальных малых космических аппаратов.

### **Список литературы**

1. Балковой Н. Н. Разработка и исследование системы управления динамическим моментом двигателя-маховика системы ориентации и

стабилизации космического аппарата : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Томск : Нац. исслед. Томский политех. ун-т, 2019. 24 с.

2. Бирюков В. Г. Задачи определения ориентации и управления угловым движением твердого тела (космического аппарата) : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Саратов : Саратовский гос. ун-т, 2005. 20 с.

3. Лазарев Ю. Ф. Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учебный курс. СПб. : Питер ; Киев : Издательская группа BHV, 2005. 512 с.

4. Молоденков А. В. Аналитическое решение задач ориентации и оптимального управления угловым движением твердого тела (космического аппарата) с использованием кватернионов : автореф. дис. ... докт. техн. наук. Саратов : Ин-т проблем точной механики и управления РАН, 2017. 40 с.

5. Ролдугин Д. С. Динамика космических аппаратов с активной магнитной системой ориентации : автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. Москва : Ин-т прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2023. 43 с.

6. Patel C. Control System Design and Rapid Prototyping Using Simulink. Bangalore : MathWorks India, 2014. 51 p.

## References

1. Balkovoy N. N. Development and research of a dynamic torque control system for a reaction wheel of a spacecraft orientation and stabilization system. Abstract of Cand. sci. diss. Tomsk, National Research Tomsk Polytechnic University Publ., 2019. 24 p.

2. Biryukov V. G. Tasks of determining the orientation and controlling the angular motion of a rigid body (spacecraft). Abstract of Cand. sci. diss. Saratov, Saratov State University Publ., 2005. 20 p.

3. Lazarev Yu. F. Modeling of processes and systems in MATLAB. Training course. St. Petersburg, Piter Publ., Kiev, BHV Publ., 2005. 512 p.
4. Molodenkov A. V. Analytical solution of orientation and optimal control problems of angular motion of a rigid body (spacecraft) using quaternions. Abstract of Dr. sci. diss. Saratov, Institute of Precision Mechanics and Control RAS Publ., 2017. 40 p.
5. Roldugin D. S. Dynamics of spacecraft with an active magnetic orientation system. Abstract of Dr. sci. diss. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS Publ., 2023. 43 p.
6. Patel C. *Control System Design and Rapid Prototyping Using Simulink*. Bangalore, MathWorks India Publ., 2014. 51 p.