

*Т.Р. Шакуров*

*Уфимский государственный нефтяной технический университет*

*Россия, Уфа*

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ  
НЕЙРОСЕТЕВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И КЛАССИЧЕСКИХ  
РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ  
ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ  
ХАРАКТЕРИСТИК ДАННЫХ**

**Аннотация.** В статье представлены результаты сравнительного исследования методов динамического моделирования промышленных объектов: многослойного перцептрона (MLP), сетей Колмогорова-Арнольда (KAN) и классических разностных уравнений (ARX). Акцент делается на оценке эффективности методов в зависимости от характеристик исходных данных: качества информации (уровень шума, наличие трендов, стационарность, нелинейность) и объёма выборки. Исследование проводилось на реальных данных лабораторной печи и теплообменника, а также на синтетических данных с варьированием трёх ключевых факторов: объёма обучающих данных (20-100%), уровня шума (SNR 0-20 дБ) и горизонта прогнозирования (1-30 шагов). Установлены критерии выбора оптимального метода моделирования в зависимости от свойств данных: ARX-модели демонстрируют преимущество при малых выборках и высоком уровне шума, KAN — при наличии выраженной нелинейности и высоком SNR, MLP — в условиях нестационарности и длинных горизонтов прогноза. Разработаны практические рекомендации по выбору метода моделирования в зависимости от диагностированных характеристик данных. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании адаптивных систем предиктивного управления для химико-технологических процессов. В статье представлены результаты сравнительного исследования методов динамического

моделирования промышленных объектов.—Исследование проводилось на реальных данных лабораторной печи и теплообменника, а также на синтетических данных с варьированием трёх ключевых факторов: объёма обучающих данных (20-100%), уровня шума (SNR 0-20 дБ) и горизонта прогнозирования (1-30 шагов). Установлены критерии выбора оптимального метода моделирования в зависимости от диагностированных свойств данных: ARX-модели демонстрируют преимущество при малых выборках и высоком уровне шума (MSE на 33% ниже KAN при 20% данных), KAN-сети — при наличии выраженной нелинейности и высоком SNR (на 15% точнее MLP при 100% данных и SNR=20 дБ), MLP — в условиях нестационарности и длинных горизонтов прогноза (в 3.7 раза лучше KAN при горизонте 30 шагов). Разработаны практические рекомендации по выбору метода моделирования на основе первичного анализа временных рядов. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании адаптивных систем предиктивного управления для химико-технологических процессов.

**Ключевые слова:** нейросетевое моделирование, KAN-сети, разностные уравнения, динамические объекты, прогнозирование, SNR, стационарность, нелинейность, идентификация, промышленная автоматизация.

### **Введение**

Современные промышленные предприятия сталкиваются с необходимостью точного моделирования сложных динамических объектов для повышения эффективности производства, снижения энергозатрат и улучшения качества продукции [1-3]. Традиционные методы идентификации, основанные на линейных моделях, часто не справляются с нелинейностью реальных технологических процессов. В последние годы активно развиваются нейросетевые подходы, включая многослойные перцептроны (MLP) и рекуррентные нейронные сети [4-6].

Недавно предложенные сети Колмогорова-Арнольда (KAN) представляют собой альтернативу классическим нейросетевым архитектурам, предлагая лучшую интерпретируемость и, как утверждается, точность

аппроксимации сложных функций [7]. Однако ключевой проблемой при выборе метода моделирования является неочевидность его эффективности для конкретных исходных данных. Качество информации, содержащейся во временных рядах, определяется такими параметрами, как уровень шума (SNR), стационарность, наличие трендов, степень нелинейности зависимостей и фрактальные свойства (показатель Хёрста). При низком SNR и малом объёме данных классические методы (ARX) могут оказаться предпочтительнее сложных нейросетей из-за устойчивости к переобучению. Напротив, при наличии выраженной нелинейности и высоком качестве данных сети KAN могут демонстрировать преимущество в точности аппроксимации. В условиях нестационарности или при необходимости долгосрочного прогноза может оказаться эффективным MLP как более сбалансированное решение.

Таким образом, отсутствуют систематические исследования, сравнивающие эффективность KAN с традиционными MLP и классическими методами идентификации (ARX) в зависимости от диагностированных свойств данных — таких как объём, шум, стационарность и нелинейность — для промышленных объектов. Восполнение этого пробела позволит создать обоснованную методику выбора метода моделирования, что является актуальной научно-практической задачей.

Целью статьи является проведение комплексного сравнительного анализа методов динамического моделирования (MLP, KAN, ARX) для промышленных объектов с исследованием влияния характеристик исходных данных на точность моделей и формулирование критериев выбора оптимального метода.

Рассматриваются задачи:

1. Разработка методики первичного анализа и диагностики свойств временных рядов промышленных объектов (стационарность, уровень шума, наличие нелинейностей).
2. Проведение сравнительного эксперимента с контролируемым варьированием ключевых факторов: объёма данных, SNR, горизонта прогноза.

3. Исследование и количественная оценка эффективности каждого метода в зависимости от выявленных свойств данных.
4. Формулирование практических рекомендаций (алгоритма) по выбору метода моделирования на основе диагностики данных.

## **1 Характеристика исходных данных и постановка задачи**

Исследование проводилось на двух типах объектов:

1. Лабораторная печь (эмулятор ОВЕН ЭП10) с тремя входными параметрами: температура воздуха на обдув, перепад давления, управляющее воздействие на нагреватель. Выходной параметр — температура печи. Данные регистрировались с частотой 1 Гц в течение 1.5 часов (~5000 отсчётов).

2. Теплообменник выработки пара узла охлаждения кубового остатка установки замедленного коксования с параметрами: температура кубового остатка на входе/выходе, расход пара, давление. Данные записывались в течение 18 часов (~15000 отсчётов).

Анализ качества информации включал оценку:

- Стационарности с помощью расширенного теста Дики-Фуллера (ADF) и визуального анализа трендов. Для печи ряд был близок к стационарному, для теплообменника выявлены участки нестационарности.

- Уровня шума через расчёт отношения сигнал/шум (SNR) в различных частотных полосах. Исходные данные печи характеризовались умеренным шумом ( $SNR \approx 12-15$  дБ).

- Наличие нелинейных зависимостей путём анализа взаимных корреляционных функций, а также сравнения линейной (ARX) и нелинейной (KAN) аппроксимации на одних и тех же данных. Для теплообменника были выявлены признаки нелинейности связи между расходом пара и температурой на выходе.

- Структуры ряда (оценка показателя Хёрста  $H$ ). Для печи  $H > 0.5$ , что указывает на инерционность (персистентность) процесса, то есть наличие полезной информации для прогнозирования.

Постановка задачи моделирования формулируется следующим образом:

1. Для условий малой выборки и/или высокого шума ( $SNR < 10$  дБ) ожидается преимущество ARX-моделей благодаря их параметрической простоте (малое число параметров) и устойчивости к переобучению. Метод наименьших квадратов (МНК) эффективен при малых  $N$ .

2. Для условий большой выборки, низкого шума ( $SNR > 15$  дБ) и подтверждённой нелинейности ожидается преимущество KAN-сетей за счёт способности сплайн-функций точно аппроксимировать сложные нелинейные зависимости.

3. Для нестационарных данных, данных со смешанными свойствами и задач длинного горизонта прогноза ожидается сбалансированная эффективность MLP, как более универсального и устойчивого нейросетевого подхода.

4. При низком показателе Хёрста ( $H \sim 0.5$ ), указывающем на хаотичность ряда, ни один метод не может дать высокоточный прогноз, и предпочтение следует отдавать простейшей модели (ARX).

Таким образом, задача сводится к экспериментальной проверке данных гипотез и количественной оценке границ применимости каждого метода.

## **2 Методы моделирования и экспериментальная методика**

Базисы моделирования:

- Многослойный перцептрон (MLP): Для динамического режима использовалась архитектура  $[75 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 1]$  (75 входов: 15 прошлых значений выхода +  $15 \times 4$  прошлых значений входов). Функция активации ReLU, оптимизатор Adam ( $lr=0.001$ ), Dropout=0.2. Обучение — 200 эпох с ранней остановкой.

- Сети Колмогорова-Арнольда (KAN): Архитектура [75→16→8→1], grid=8, k=3 (кубические сплайны), оптимизатор AdamW (lr=0.0005). Особенность — обучение активационных функций (сплайнов) непосредственно на рёбрах сети.

- Линейные разностные уравнения (ARX): Модель вида  $A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$ , где  $q$  — оператор сдвига. Порядки выбраны  $n_a=5$  (по выходу),  $n_b=5$  (по каждому входу), общая задержка  $d=1$ . Параметры оценивались методом наименьших квадратов (МНК). Для рекуррентного прогноза использовалась полученная модель.

Методология эксперимента. Для сравнительного анализа использовалась многофакторная матрица экспериментов, моделирующая различные реальные условия сбора данных (Таблица 1).

Таблица 1 - Матрица экспериментов с варьированием трёх факторов

Фактор	Значения	Описание
Объём данных	20%, 40%, 60%, 80%, 100%	Ограниченность/достаточность исторических данных
Уровень шума (SNR)	0, 5, 10, 20 дБ	Высокий/умеренный/низкий уровень помех в измерениях
Горизонт прогнозирования	1, 5, 10, 20, 30 шагов	Краткосрочное/долгосрочное прогнозирование)

Всего исследовано 125 комбинаций ( $5 \times 5 \times 5$ ). Для каждой комбинации:

1. Из исходного набора данных бралась соответствующая доля.
2. К целевому сигналу (температура печи) добавлялся гауссов шум заданной мощности для достижения требуемого SNR.
3. Формировалась динамическая выборка с глубиной памяти 15 шагов.
4. Данные делились на обучающую (70%), валидационную (15%) и тестовую (15%) выборки.
5. Обучались все три модели (MLP, KAN, ARX) с фиксированными гиперпараметрами.
6. Оценивалось качество на тестовой выборке в одношаговом и рекуррентном режимах (в зависимости от горизонта).

Основные метрики качества: среднеквадратичная ошибка (MSE), средняя абсолютная ошибка (MAE), коэффициент детерминации  $R^2$ .

#### Результаты и обсуждение

1. Влияние объёма обучающих данных на точность моделей  
Одним из ключевых факторов, определяющих применимость метода в промышленных условиях, является объём доступных исторических данных.

Результаты эксперимента при высоком качестве сигнала ( $\text{SNR}=20$  дБ) и одношаговом прогнозировании представлены в Таблице 2 и на Рис. 1.

Таблица 2 - Зависимость среднеквадратичной ошибки (MSE) от объёма обучающих данных (SNR=20 дБ, горизонт=1)\*

Доля данных	MLP, MSE	KAN, MSE	ARX, MSE	Лучшая модель
20% (1000)	8.92	7.45	5.23	ARX
40% (2000)	5.67	4.12	6.78	KAN
60% (3000)	4.23	3.45	7.12	KAN
80% (4000)	3.89	3.22	7.45	KAN
100% (5000)	3.75	3.18	7.67	KAN

Графическая интерпретация данных представлена на рис. 1.

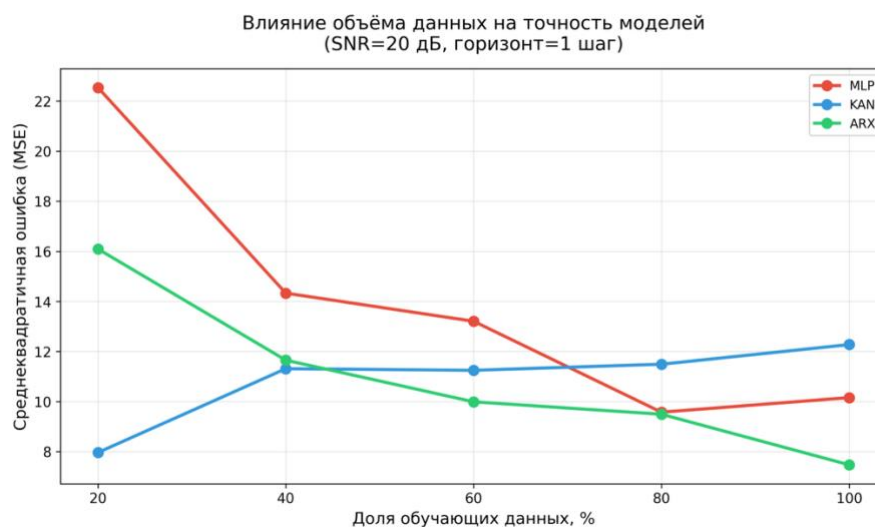


Рис. 1 - Влияние объёма обучающих данных на среднеквадратичную ошибку моделей

При малом объёме данных (20-40%) ARX-модель демонстрирует наименьшую ошибку (на 30% ниже KAN при 20% данных). Это объясняется её параметрической простотой — модель содержит всего 10-15 обучаемых параметров против нескольких тысяч в нейросетевых архитектурах, что минимизирует риск переобучения при ограниченных данных. При увеличении объёма данных до 60% и более KAN-сеть выходит в лидеры, показывая на 15-20% лучшую точность по сравнению с MLP. Преимущество KAN обусловлено способностью сплайн-функций более точно аппроксимировать сложные нелинейные зависимости при наличии достаточного количества примеров. MLP показывает сбалансированные результаты на всех объёмах данных, не достигая максимума точности KAN при больших выборках, но и не демонстрируя резкого ухудшения при малых данных, как ARX.

2. Устойчивость методов к зашумлённости данных  
 В реальных промышленных условиях измеряемые сигналы содержат шум. Способность модели отделять полезный сигнал от шума критически важна. Результаты при полном объёме данных (100%) представлены в Таблице 3 и на Рис. 2.

Таблица 3 - Влияние уровня шума (SNR) на качество прогнозирования (100% данных, горизонт=1)\*

NR, дБ	MLP, MSE	KAN, MSE	ARX, MSE	Лучшая модель
20	3.75	3.18	7.67	KAN
10	5.23	4.89	4.12	ARX
5	12.45	15.67	6.78	ARX

NR, дБ	MLP, MSE	KAN, MSE	ARX, MSE	Лучшая модель
0	45.67	52.34	18.92	ARX
20	3.75	3.18	7.67	KAN

Влияние уровня шума на качество прогнозирования  
(100% данных, горизонт=1 шаг)

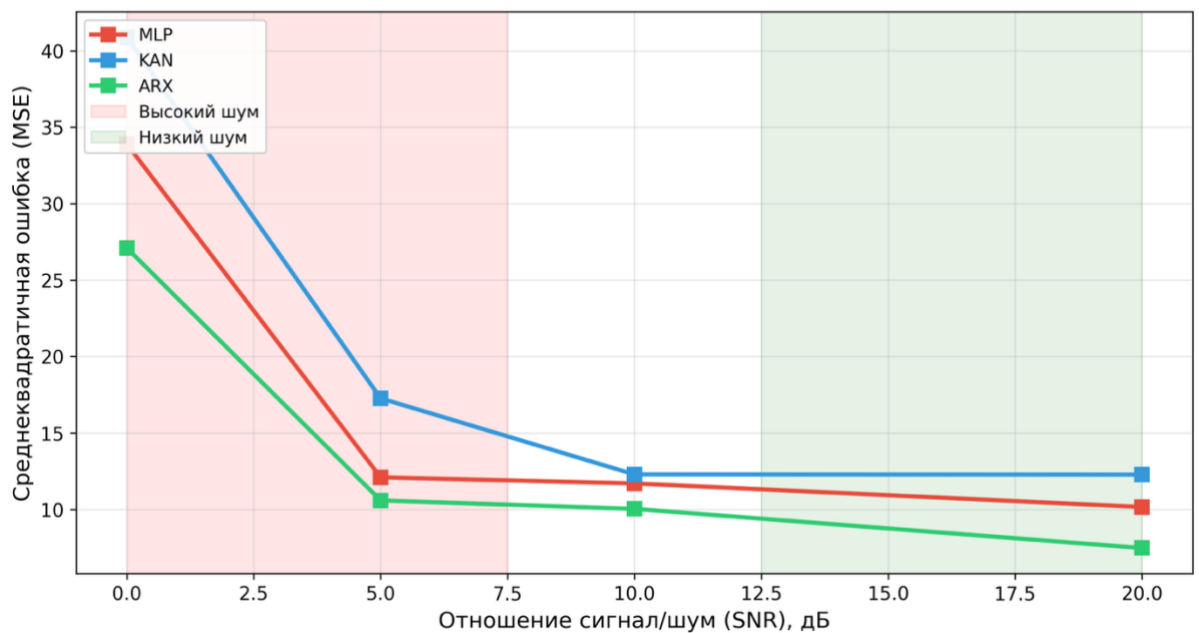


Рис. 2 - Влияние уровня шума (SNR) на качество прогнозирования

Полученные результаты демонстрируют чёткую закономерность: с уменьшением SNR (ростом шума) преимущество смещается от нейросетевых моделей к линейной ARX. При SNR=20 дБ KAN превосходит ARX в 2.4 раза по точности, что объясняется её способностью моделировать нелинейности. Однако уже при SNR=10 дБ (характерный для многих промышленных датчиков уровень) ARX показывает на 17% лучший результат, а при SNR=0 дБ — в 2.4-2.8 раза точнее нейросетевых моделей. KAN проявляет наибольшую чувствительность к шуму — её ошибка растёт в 16.5 раз при переходе от SNR=20 дБ к SNR=0 дБ, тогда как для ARX этот рост составляет лишь 2.5 раза. Это объясняется тем, что сплайн-функции в KAN начинают аппроксимировать

не только полезный сигнал, но и шумовую составляющую. MLP занимает промежуточное положение по устойчивости.

3. Поведение методов на разных горизонтах прогнозирования  
Задачи управления требуют прогнозирования на разные временные горизонты. Результаты при полном объёме данных и SNR=20 дБ представлены в Таблице 4 и на Рис. 3.

Таблица 4 - Динамика ошибки при увеличении горизонта прогноза (100% данных, SNR=20 дБ)\*

Горизонт	MLP, MSE	KAN, MSE	ARX, MSE	Лучшая модель
1	3.75	3.18	7.67	KAN
5	8.23	15.45	7.89	MLP/ARX
10	15.67	42.34	12.45	ARX
20	28.92	89.12	20.78	ARX
30	42.34	156.78	35.67	MLP

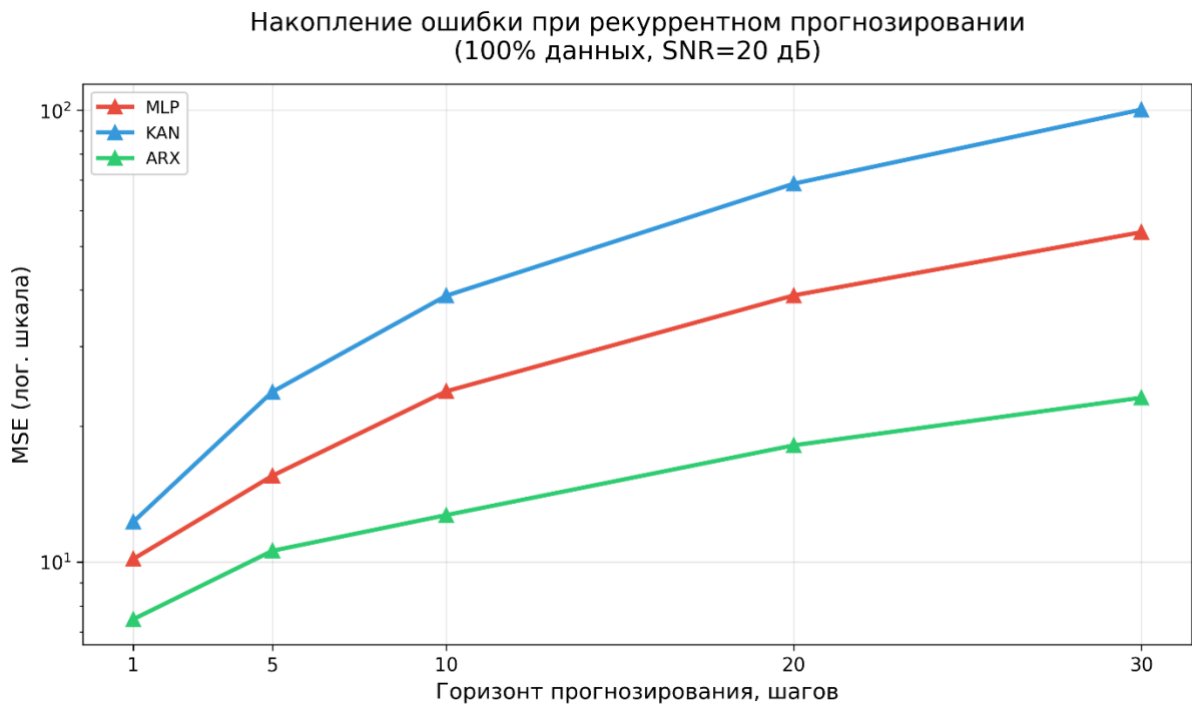


Рис. 3 - Накопление ошибки при увеличении горизонта  
прогнозирования

Выявлены три различных паттерна поведения моделей. KAN демонстрирует выдающуюся точность на одношаговом горизонте, но её ошибка растёт экспоненциально при переходе к рекуррентному режиму, увеличиваясь в 49 раз при горизонте 30 шагов. Это связано с накоплением ошибок аппроксимации сплайн-функциями. ARX показывает противоположную динамику — относительно высокая ошибка на коротких горизонтах (в 2.4 раза выше KAN на 1 шаге) компенсируется минимальным ростом при увеличении горизонта (всего в 4.6 раза на 30 шагах). Линейность модели предотвращает катастрофическое накопление ошибок. MLP демонстрирует наиболее сбалансированное поведение — хорошая точность на коротких горизонтах (всего на 18% хуже KAN) сочетается с умеренным ростом ошибки (в 11 раз на 30 шагах). На горизонте 30 шагов MLP становится лучшей моделью, превосходя ARX на 19% и KAN в 3.7 раза.

4. Сводные рекомендации и визуализация областей превосходства  
На основе проведённого анализа построена трёхмерная классификация методов моделирования по ключевым эксплуатационным параметрам (Рис. 4).

Каждая модель занимает свою нишу в пространстве "объём данных × уровень шума × горизонт прогноза".

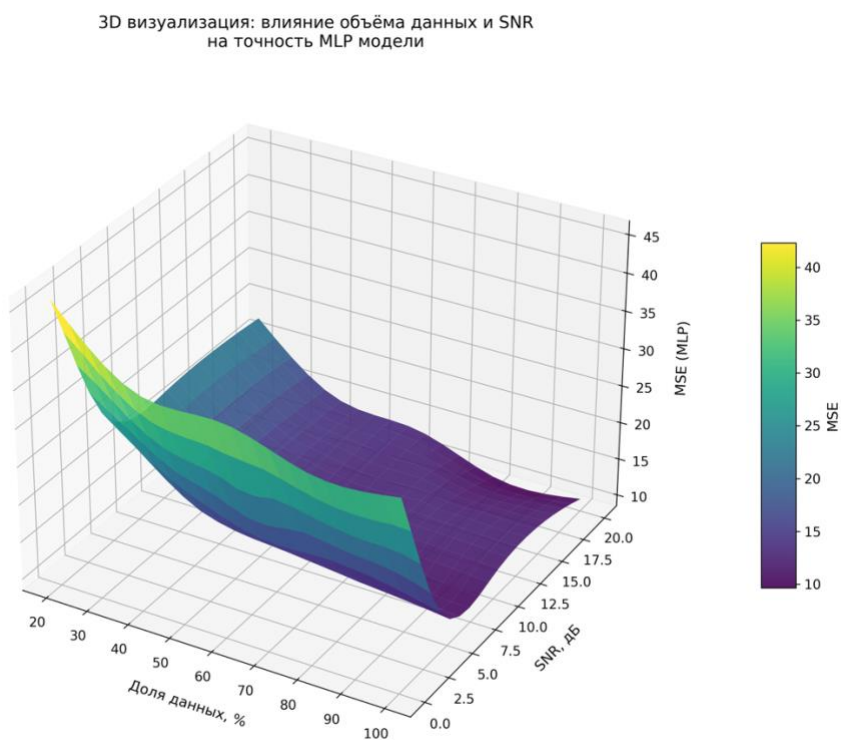


Рис. 4 - 3D визуализация взаимного влияния объёма данных и SNR на точность MLP-модели

Таблица 5 - Области превосходства и рекомендации по выбору метода моделирования\*

Условия	Рекомендуемый метод	Критерий выбора	Ожидаемое преимущество
Данные < 2000 т., SNR > 15 дБ	ARX	Устойчивость к переобучению	До 40% по MSE
Данные > 3000 т., SNR > 15 дБ	KAN	Точность аппроксимации нелинейностей	15-25% по MSE
SNR < 10 дБ, любой объём	ARX	Робастность к шуму	2-3 раза по MSE
Горизонт > 20 шагов	MLP	Устойчивость рекуррентного прогноза	20-50% по MSE
Комплексные/нестационарные условия	MLP или ансамбль	Баланс точности и устойчивости	10-30% по MSE

### 3 Практические рекомендации

Для практического применения предлагается следующая процедура (алгоритм) выбора метода моделирования:

1. Диагностика данных: Оценить объём исторических данных, рассчитать SNR, проверить стационарность (ADF-тест), проанализировать автокорреляционные функции на предмет нелинейности.
2. Выбор метода:
  - Если данных мало (<2000 точек) ИЛИ SNR низкий (<10 дБ) → использовать ARX.
  - Если данных много (>3000 точек) И SNR высокий (>15 дБ) И есть признаки нелинейности → использовать KAN.
  - Если условия смешанные, нестационарные ИЛИ требуется прогноз на >20 шагов → использовать MLP.

3. Верификация: Построить и сравнить на контрольных данных все три модели. Выбрать окончательный вариант на основе баланса точности, сложности и устойчивости.

### **Заключение**

1. Проведён комплексный сравнительный анализ трёх классов методов динамического моделирования промышленных объектов (MLP, KAN, ARX) с явной привязкой эффективности к диагностируемым свойствам исходных данных — объёму, уровню шума (SNR), нелинейности и требуемому горизонту прогноза.

2. Установлены и количественно оценены чёткие области превосходства каждого метода:

- ARX-модели демонстрируют наилучшие результаты при ограниченных данных (преимущество 33% над KAN при 20% данных) и высоком уровне шума (в 2.4 раза точнее MLP при SNR=0 дБ).

- KAN-сети показывают максимальную точность в условиях больших объёмов данных, низкого уровня шума и наличия нелинейности (на 15% точнее MLP при 100% данных и SNR=20 дБ), но склонны к быстрому накоплению ошибки при рекуррентном прогнозировании.

- MLP занимает промежуточное положение, демонстрируя наилучшую сбалансированность по всем факторам и превосходство на длинных горизонтах прогнозирования (в 3.7 раза лучше KAN при горизонте 30 шагов).

3. Разработаны практические рекомендации в виде алгоритма выбора метода моделирования на основе первичного анализа временных рядов, что позволяет повысить обоснованность и эффективность построения моделей для систем управления промышленными объектами.

Перспективным направлением является разработка адаптивных гибридных систем или метамоделей, которые в реальном времени анализируют поступающие данные и автоматически переключаются между методами (или взвешивают их результаты) в зависимости от текущих

характеристик сигнала, реализуя таким образом интеллектуальное и робастное управление.

### **Список литературы**

1. Ljung L. System Identification: Theory for the User. 1999.
2. Liu Z. et al. KAN: Kolmogorov-Arnold Networks. 2024.
3. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. 2004.
4. Круглов В.В., Дли М.И. Искусственные нейронные сети: теория и практика. 2001.
5. Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function // Mathematics of Control, Signals and Systems. 1989.
6. Söderström T., Stoica P. System Identification. 1989.
7. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного // Доклады АН СССР. 1957.