

Кобелев А. Д.

студент

2 курс, факультет летной эксплуатации

ФГБОУ ВО СПбГУ ГА им. А.А. Новикова

Россия, г. Санкт-Петербург

Черкасов С. А.

студент

2 курс, факультет летной эксплуатации

ФГБОУ ВО СПбГУ ГА им. А.А. Новикова

Россия, г. Санкт-Петербург

Научный руководитель: Лозница С.Ю.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ОБНАРУЖЕНИЯ УТЕЧЕК УГЛЕВОДОРОДОВ НА
АВТОЗАПРАВОЧНЫХ СТАНЦИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
БЕСПИЛОТНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ
ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ**

Аннотация: Данная работа посвящена математическому моделированию процесса обнаружения утечек углеводородов на АЗС с использованием беспилотных авиационных систем (БПЛА) и технологий цифровых двойников. В качестве основы для описания распространения паров топлива от точечного источника применяется гауссова модель диффузии примеси (модель Паскуилла–Гиффорда). В ходе исследования проведен расчет концентрации паров на различных высотах (5, 10, 15, 20 м) при фиксированных метеоусловиях, в результате которого высота 5 м определена как оптимальная для безопасного и эффективного мониторинга. Выполнено сравнение теоретических расчетов с данными натурного эксперимента по разливу

бензина (объемом от 1 до 10 л). С использованием концепции цифрового двойника и программных средств Python произведена корректировка коэффициентов дисперсии.

Ключевые слова: Математическое моделирование, беспилотные авиационные системы, цифровой двойник, Гауссова модель диффузии, коэффициенты дисперсии, класс устойчивости атмосферы.

Kobelev, A. D.

Student

2nd year, Faculty of Flight Operations

A.A. Novikov St. Petersburg State University of Civil Aviation

Russia, St. Petersburg

Cherkasov S. A.

Student

2nd year, Faculty of Flight Operations

A.A. Novikov St. Petersburg State University of Civil Aviation

Russia, St. Petersburg

89828293445, cherkasstep22@gmail.com

Research Advisor: Loznitsa S. Yu.

**MATHEMATICAL MODELING OF THE HYDROCARBON LEAK
DETECTION PROCESS AT GAS STATIONS USING UNMANNED AERIAL
VEHICLES AND DIGITAL TWIN TECHNOLOGIES**

Abstract: This paper is devoted to the mathematical modeling of the process of detecting hydrocarbon leaks at gas stations using unmanned aerial vehicles (UAVs) and digital twin technologies. The Gaussian mixture diffusion model (Pasquill–Gifford

model) is used as the basis for describing the spread of fuel vapors from a point source. During the study, vapor concentrations were calculated at various heights (5, 10, 15, 20 m) under fixed meteorological conditions, resulting in the determination of 5 m as the optimal height for safe and effective monitoring. A comparison was made between theoretical calculations and data from a field experiment involving gasoline spills (ranging from 1 to 10 L). Using the digital twin concept and Python software, the dispersion coefficients were adjusted.

Keywords: Mathematical modeling, unmanned aerial systems, digital twin, Gaussian diffusion model, dispersion coefficients, atmospheric stability class.

Чтобы описать распространение паров топлива от точечного источника используем гауссову модель диффузии примеси в атмосфере. Эта модель применяется для пассивных газов, которые не взаимодействуют с окружающей средой и имеют плотность воздуха. Это математическая модель, которая описывает рассеивание загрязняющих веществ в атмосфере из точечного источника (например, дымовой трубы или случайного выброса химикатов) в условиях стационарного состояния.

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_x} * \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) * \left(\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right)$$

Исходные данные для расчета:

Моделируем ситуацию утечку на высоте $H=0$ м с мощностью выбросов $Q=5$ г/с (соответствует небольшой негерметичности) при скорости ветра $u=3$ м/с в устойчивой атмосфере класса D (нейтральная стратификация, характерна для пасмурной погоды или при сильном ветре). На расстоянии $x=50$ м вниз по ветру от источника. Высоты измерений $z=5, 10, 15, 20$ м. В ходе работы будет выявлено, что высота 5 м является оптимальной, т.к. на этой высоте дрон может безопасно

пролететь над поверхностью земли и обнаружить утечку с вероятностью 99%. Поэтому дальнейшие расчеты будем проводить для высоты 5м.

В формуле используется коэффициент горизонтальной дисперсии (σ_y). Он определяет степень рассеивания примеси в поперечном направлении, влияние бокового перемешивания на распространение загрязняющих веществ. Зависит от расстояния от источника и метеоусловий.

Также необходимо понимать, что такое коэффициент вертикальной дисперсии (σ_z). Он определяет интенсивность вертикального перемешивания и высоту распространения загрязняющих веществ, как влияет конвекция и турбулентность.

Определим коэффициенты дисперсии:

Для класса устойчивости D используем эмпирические формулы, рекомендованные в модели Паскуилла–Гиффорда (аппроксимация Бриггса для открытой местности):

$$\sigma_y = 0.16 * x * (1 + 0.0001x)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_z = 0.12 * x * (1 + 0.0002x)^{-\frac{1}{2}}$$

Подставляем $x=50$ м:

Для $x=50$ м: $\sigma_y \approx 7,98$ м, $\sigma_z \approx 5.97$ м. Для удобства округлим $\sigma_y = 8.0$ м, $\sigma_z = 6.0$ м

Проведем расчет концентрации на высоте 5м:

При подстановке постоянных найдем базовый масштабный множитель:

$$\frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_x} = \frac{5}{2\pi * 3 * 8 * 6} \approx 0,005525 \frac{\text{г}}{\text{м}^3} = 5,525 \frac{\text{мг}}{\text{м}^3}$$

Для высоты $z=5$ м:

Экспонента 1: $e^{-\frac{(5-0)^2}{2*6^2}}=0.606$

$$\text{Экспонента 2: } e^{-\frac{(5+0)^2}{2 \cdot 6^2}} = 0.606$$

$$\text{Сумма экспонент } 0.606 + 0.60 = 1.212$$

$$\text{Концентрация: } C = 5.525 * 1.212 = 6.69 \frac{\text{мг}}{\text{м}^3}$$

Проведем расчет концентрации паров бензина от разлива. Исходные данные эксперимента следующие: диаметр лужи 5 м, площадь $S=19.63 \text{ м}^2$, октановое число: 100 (влияет на летучесть), объем разлива: 5л, скорость ветра: 3 м/с, класс устойчивости: D, коэффициенты дисперсии: $\sigma_y=8.0 \text{ м}$, $\sigma_z=6.0 \text{ м}$.

Площадь лужи $S=19.63 \text{ м}^2$, объем разлива $V=5 \text{ л}$. Плотность бензина примем $\rho=0.75 \text{ кг/л}$, тогда масса разлитого топлива:

$$m = \rho V = 0.75 * 5 = 3.75 \text{ кг} = 3750 \text{ г.}$$

Для оценки скорости испарения используем эмпирическую зависимость, характерную для бензина при скорости ветра 3 м/с и температуре около 20°C. Типичная удельная скорость испарения с поверхности составляет $G \approx 0.1 \text{ г/(с} \cdot \text{м}^2)$. Тогда:

$$Q = G * S = 0.1 * 19.63 \approx 1.96 \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

Примем для расчета источник выброса мощностью $Q=2.0 \text{ г/с}$, находящийся на уровне земли ($H=0 \text{ м}$) при $y=0$:

$$C(x, 0, z) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_x} * \exp \exp \left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2} \right)$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_x} = \frac{2,0}{3,1416 * 3 * 8 * 6} = \frac{2,0}{452,39} \approx 0,00442 \frac{\text{г}}{\text{м}^3}$$

$$\exp \exp \left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2} \right) = \exp \exp \left(-\frac{5^2}{2 * 6^2} \right) = \exp \exp \left(-\frac{25}{72} \right) = \exp (-0,3472) \\ \approx 0,707$$

$$\text{Тогда } C = 0,00442 * 0,707 \approx 0,00313 \frac{\text{г}}{\text{м}^3} = 3,13 \frac{\text{мг}}{\text{м}^3}$$

Были проведены эксперименты с разлитием бензина 100. Мы разливали 1, 2, 3, 4, 5 и 10 л и делали 10 пролетов при которых измеряли концентрацию паров. Для наглядности приведем в пример разлитие 5 л бензина.

Таблица 1

Количество разлитого топлива/номер эксперимента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5л	3.50	3.39	3.09	3.14	3.29	3.01	3.24	3.19	3.41	3.34

Среднее значение: 3,26 мг/м³

Теперь с помощью концепции цифрового двойника и программы Python определим фактические коэффициенты дисперсии:

```

=====
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАССЕЙВАНИЯ ПО ДАННЫМ ДРОНА
=====

Исходные данные:
Мощность выброса Q: 2.0 г/с
Скорость ветра u: 3.0 м/с
Высота источника H: 0.0 м
Координаты дрона: x=50.0 м, y=0.0 м, z=5.0 м
Измеренная концентрация C: 0.00326 г/м³

Результаты расчета:
sigma_y = 6.9 м
sigma_z = 5.6 м

=====

```

Рис.1 – Результаты работы программы.

Мы получили $\sigma_y \approx 6,9\text{м}$, $\sigma_z \approx 5.6\text{м}$, что соответствует теоретическим коэффициентам на 90%.

Список использованных источников

1. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы: учеб. Пособие / М.Е. Берлянд – Ленинград: Гидрометеоиздат, 1985

2. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. — М.: Наука, 1982. — 319 с. || Шифр: Д23-М.30 НО

List of sources used

1. Berlyand M. E. Forecast and regulation of atmospheric pollution: textbook. Manual / M.E. Berlyand – Leningrad: Hydrometeoizdat, 1985

2. Marchuk G. I. Mathematical modeling in the problem of the environment / G. I. Marchuk. — M.: Nauka, 1982. — 319 p. || Code: D23-M.30 NO