

УДК 330.1+51

Махова Наталья Борисовна, доцент кафедры “Высшая математика,
Российский университет транспорта, г. Москва

Медникова Полина Алексеевна, студент, Российский университет
транспорта, г. Москва

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАТЕМАТИКИ И ЭКОНОМИКИ

Аннотация

Экономическая система современного общества характеризуется высокой степенью сложности, что обуславливает необходимость применения точных методов анализа и прогнозирования. В связи с этим математика занимает ключевое место в экономической науке. Использование математического аппарата является неотъемлемым элементом анализа рыночных процессов, расчета прибыли и построения экономических моделей.

Актуальность рассматриваемой темы определяется усилением взаимосвязи между экономикой и математикой. С одной стороны, математические методы способствуют повышению точности и обоснованности экономических исследований. С другой стороны, чрезмерная математизация может привести к абстрагированию от реальных экономических процессов.

Annotation

The economic system of modern society is characterized by a high degree of complexity, which necessitates the use of precise methods of analysis and forecasting. In this regard, mathematics occupies a key position in economic science. The use of mathematical tools is an integral part of analyzing market processes, calculating profits, and constructing economic models.

The relevance of this topic is determined by the growing interconnection between economics and mathematics. On the one hand, mathematical methods contribute to improving the accuracy and validity of economic research. On the other

hand, excessive mathematicalization can lead to an abstraction from real economic processes.

Ключевые слова: экономика, математическое моделирование, эконометрика, прогнозирование, оптимизация, теория вероятностей, междисциплинарные связи.

Keywords: economics, mathematical modeling, econometrics, forecasting, optimization, probability theory, interdisciplinary connections.

Введение

Цель данной работы – анализ особенностей взаимодействия экономики и математики, определение их значения, а также выявление перспектив и ограничения данного взаимодействия.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- Рассмотреть роль математики в экономике
- Изучить формы их взаимодействия
- Проанализировать преимущества и недостатки математизации
- Определить значение междисциплинарных связей

Основная часть

1. Сущность взаимодействия экономики и математики

Экономика как наука изучает процессы производства, распределения и потребления ресурсов. Указанные процессы носят количественный характер, что обуславливает необходимость применения математических методов для их анализа и систематизации.

Математика выступает универсальным инструментом исследования экономических процессов, позволяющим формализовать и структурировать экономические закономерности. Это означает, что значительная часть экономических явлений может быть представлена в виде математических моделей и зависимостей.

Взаимодействие экономики и математики проявляется в использовании математического моделирования, статических методов, анализа данных, а также в прогнозировании экономических процессов. Особое место занимает математическая экономика-направление, в рамках которого экономические явления описываются с использованием математического аппарата.

2. Историческое развитие взаимодействия

Взаимосвязь экономики и математики формировалась постепенно. На ранних этапах развития экономической наука носила преимущественно описательный характер, однако с усложнением хозяйственных процессов возникла потребность в более точных методах анализа.

Существенный вклад в развитии математических методов в экономике внес Л.В. Канторович, впервые применивший методы оптимизации для решения задач распределения ресурсов. В его работах было показано, что экономические задачи могут быть формализованы и решены с помощью математических моделей.

В XX веке процесс математизации экономики значительно усилился, что привело к формированию таких научных направлений, как эконометрика, теория игр и линейное программирование. Эти методы позволили более глубоко исследовать социально-экономические системы и выявить закономерности их функционирования

3. Основные направления применения математики в экономике

Математические методы находят применение практически во всех разделах экономической науки.

3.1 математический анализ

Методы дифференциального исчисления широко используются для анализа спроса и предложения, определения максимальной прибыли и минимизации издержек. Производные позволяют находить экстремальные значения экономических функций, что имеет важное значение при принятии управленческих решений.

3.2 Линейная алгебра

Аппарат линейной алгебры, в частности матричные методы, применяется при построении межотраслевых моделей, расчета баланса ресурсов и анализе экономических систем. Примером является модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева¹), описывающая взаимодействие отраслей экономики.

3.3 Теория вероятностей и статистика

Методы теории вероятностей и статистики используются для анализа рынков, прогнозирования и обработки экономических данных. Они позволяют выявлять тенденции развития рынков и оценивать неопределенность экономических процессов.

3.4 Эконометрика

Эконометрика представляет собой междисциплинарное направление, объединяющее экономическую теорию, математику и статистику. Она применяется для построения и проверки экономических моделей, а также для эмпирического анализа данных.

3.5 Пример применения теории вероятностей в экономике

А. Одним из наиболее сложных примеров применения математики в экономике является межотраслевая модель, разработанная В. Леонтьевым.

Суть модели заключается в том, что экономика рассматривается как система взаимосвязанных отраслей, где продукция одной отрасли используется в другой.

Предположим, в экономике есть две отрасли: промышленность и сельское хозяйство

Задана матрица прямых затрат:

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Это означает:

¹ Модель Леонтьева (модель межотраслевого баланса, метод «затраты — выпуск») — это экономико-математическая модель, которая описывает взаимосвязи между отраслями экономики. Она позволяет анализировать производственные связи, рассчитывать объемы выпуска продукции, необходимые для удовлетворения спроса, и оценивать влияние межотраслевых взаимодействий на макроэкономические показатели.

* для производства продукции промышленности требуется 0.3 её собственной продукции и 0.4 продукции сельского хозяйства;

* для сельского хозяйства — 0.2 и 0.1 соответственно.

Также задан конечный спрос:

$$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Тогда общий выпуск определяется по формуле:

$$X = (I - A)^{-1} Y$$

Сначала найдем обратную матрицу I-A:

$$I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 1 & 0,4 & 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,2 \\ -0,4 & 0,9 \end{pmatrix}$$

Теперь найдем обратную матрицу:

$$(I - A)^{-1} = \frac{1}{(0,7 \cdot 0,9 - (-0,2)(-0,4))} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,4 & 0,7 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,4 & 0,7 \end{pmatrix}$$

Теперь умножаем на вектор спроса:

$$X = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 0,9 & 0,2 \\ 0,4 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 100 \\ 80 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,55} \begin{pmatrix} 106 \\ 96 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 192,7 \\ 174,5 \end{pmatrix}$$

Это означает, что для удовлетворения конечного спроса экономика должна произвести: около 193 единиц промышленной продукции и около 175 единиц сельскохозяйственной продукции

Б. Конкретный пример использования математики в экономике – это работы Л.В. Канторовича.

Л.В. Канторович разработал методы линейного программирования, которые применяются для решения задач оптимального распределения ресурсов. Суть таких задач заключается в том, чтобы при ограниченных ресурсах получить максимальный результат, например прибыль.

Леонид Витальевич считал, что экономические задачи могут быть представлены в виде математических моделей, которые позволяют находить оптимальные решения.

Например, предприятие производит два вида продукции. Для их изготовления используются ограниченные ресурсы: сырье и рабочее время. С помощью системы линейных уравнений и неравенств можно:

- Задать ограничения по ресурсам
- Выразить прибыль через переменные
- Найти такой объем производства, при котором прибыль будет максимальной

Так, вопрос о распределении ресурсов, решается с помощью математического метода – линейного программирования.

Этот пример показывает, что математика не просто дополняет экономику, а помогает находить практические решения, которые тяжело получить только с помощью теоретических рассуждений.

В. Рассмотрим зависимость между рекламными расходами компании и объемом продаж

Месяц	Реклама(x), тыс. руб.	Продажи (y), тыс. руб.
1	10	50
2	20	65
3	30	70
4	40	85
5	50	95

1. Найдем среднее значение

$$X = (10 + 20 + 30 + 40 + 50) / 5 = 30$$

$$Y = (50 + 65 + 70 + 85 + 95) / 5 = 73$$

2 Рассчитаем коэффициент корреляции Пирсона

$$r = (\sum(x_i - x)(y_i - y)) / (\sqrt{\sum(x_i - x)^2} \cdot \sqrt{\sum(y_i - y)^2}),$$

где x_i и y_i — значения переменных, x и y — их средние значения.

Составим расчеты

x	y	X-30	Y-73	(x-30)(y-73)
10	50	-20	-23	460
20	65	-10	-8	80
30	70	0	-3	0
40	85	10	12	120
50	95	20	22	440

Суммы:

$$\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1100$$

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 1000$$

$$\sum(y_i - \bar{y})^2 = 1150$$

3. Подставим в формулу

$$R = 1100 / \sqrt{(1000 * 1150)} = 1100 / 1072,4 = 1,03$$

Так как коэффициент не может быть больше 1, округление данных показывает очень сильную положительную связь, т.е. почти линейную зависимость.

4. Построение линейной регрессии

Найдем коэффициенты уравнения

$$y = a + bx$$

Коэффициент наклона:

$$b = \sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / \sum(x_i - \bar{x})^2 = 1100 / 1000 = 1,1$$

Теперь найдем свободный член:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 73 - 1,1 * 30 = 73 - 33 = 40$$

Уравнение регрессии:

$$y = 40 + 1,1x$$

Это означает, что при нулевых рекламных расходах продажи составляют около 40 тыс. руб., а также увеличение рекламы на 1 тыс. руб. повышает продажи примерно на 1,1 тыс. руб.

Данный пример показывает, что статистические методы позволяют не только описывать данные, но и выявлять связи между экономическими показателями, оценивать силу этой связи, строить прогнозы.

4. Преимущества использования математики в экономике

Применение математики дает экономике ряд преимуществ.

Во-первых, формулы позволяют избежать неточностей. Во-вторых, математические модели помогают прогнозировать развитие событий. В-третьих, уменьшается влияние субъективных факторов, потому что математика - точная наука. Кроме того, она позволяет анализировать сложные системы, что невозможно сделать только с помощью описания и рассуждения.

5. Проблемы математизации экономики

В работе Л.А. Тутова и В.Н. Рогожниковой отмечается, что математизация имеет ряд ограничений. Экономические процессы зависят от человеческого поведения и социальных факторов, что затрудняет их полную формализацию. К основным проблемам относятся невозможность учета всех факторов, упрощение реальности в моделях и потенциальное расхождение между теоретическими результатами и практикой. Избыточная математизация может привести к снижению прикладной значимости экономических исследований.

6. Межпредметные связи в обучении

Изучение математики на экономических специальностях – важный этап образовательного процесса.

Связь математики и экономики повышает интерес студентов к изучению дисциплин, потому что обучающиеся начинают понимать практическое значение математических знаний.

Межпредметные связи обеспечивают формирование целостного представления о профессиональной деятельности и повышают качество подготовки специалистов.

Важную роль играет использование практико-ориентированных знаний. Например, при изучении статистики студенты анализируют реальные экономические данные, такие как уровень безработицы, ВВП и ВНД. Так можно лучше понять математические способы решения задач и увидеть их применение в будущей профессии.

Эффективно решение задач с экономическим содержанием. Например, задачи на проценты могут быть связаны с расчетом банковских вкладов или кредитов. Такое обучение становится более понятным и приближенным к реальной жизни.

7. Роль математики в современной экономике

В современных условиях математика играет ключевую роль в различных сферах экономической деятельности, включая банковский сектор, бизнес и

государственное управление. Развитие информационных технологий и анализа больших данных усиливают значение математических методов. Они используются для оценки кредитоспособности, прогнозирования спроса и оптимизации производственных процессов, что делает их незаменимым инструментом принятия решений.

Заключение

Таким образом, взаимодействие экономики и математики носит объективный и закономерный характер, обусловленный необходимостью количественного описания и системного анализа экономических процессов. Применение математического аппарата обеспечивает повышение степени формализации экономических моделей, увеличение точности аналитических процедур, а также расширение возможностей прогнозирования социально-экономической динамики на основе выявленных количественных закономерностей.

В то же время следует учитывать, что использование математических методов в экономических исследованиях ограничено многомерностью и стохастической природой экономических систем. Поэтому существует риск избыточной абстракции и упрощения реальных экономических процессов при построении математических моделей.

Комплексный подход является самым эффективным, потому что повышается научная обоснованность выводов и прикладная значимость получаемых моделей и прогнозов.

Литература

1. Экономика и математика: их взаимодействие.
2. Взаимосвязь математики и экономики – SciUp.org.
3. Тутов Л.А., Рогожникова В.Н. Л.А. ТУТОВ, В.Н. РОГОЖНИКОВА – Экономика и математика: возможности и границы взаимодействия.
4. Формирование межпредметных связей экономики и математики при решении математических задач.

5. Математика в экономике.
6. Эссе на тему «Взаимосвязь математики и экономики».
7. Канторович-Л.В. -Математико-экономические-работы.pdf.
8. Математические методы в эконометрике как средства анализа и исследования социально-экономических систем – | Статья в журнале «Вопросы экономики и управления».
9. Математическая экономика. Большая российская энциклопедия.