

УДК 51-75, 519.615

Назарбаев Фархат Токтогазиевич – Старший преподаватель Кыргызского национального университета имени Ж.Баласагына

Урустамбек уулу Арслан – магистрант Кыргызского национального университета имени Ж.Баласагына

АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОСОБЫХ ВИДОВ СТРАХОВЫХ АННУИТЕТОВ

Аннотация

В статье исследуется применение численных методов для решения задач определения показателей особых видов страховых аннуитетов. Конкретно показаны способы определения процентных ставок, и премий в задачах страхования жизни и страховых аннуитетов. Показаны алгоритмы с листингом кода на языке программирования python.

Annotation

This article explores the application of numerical methods to solving problems of determining the performance indicators of specific types of insurance annuities. Specifically, methods for determining interest rates and premiums in life insurance and insurance annuity problems are demonstrated. Algorithms are presented with a Python code listing.

Ключевые слова: актуарная математика, страхование жизни, страховые аннуитеты, численные методы.

Keywords: actuarial mathematics, life insurance, insurance annuities, numerical method.

В условиях современного мира, где финансовая устойчивость выступает важнейшим фактором долгосрочного планирования, вопросы страхования жизни и аннуитетов приобретают особую актуальность – как для частных лиц,

так и для компаний. Эта тенденция будет усиливаться по мере развития экономики, что наглядно демонстрирует ситуация в Кыргызстане.

Страховые продукты такого рода выполняют двойную функцию: с одной стороны, они защищают от непредвиденных жизненных обстоятельств, с другой – служат инструментом создания надёжного финансового фундамента на перспективу.

Численные методы, зарекомендовавшие себя как эффективный математический инструмент для решения финансовых задач, открывают новые возможности для повышения точности расчётов в сфере страхования. Их применение позволяет более корректно определять ключевые показатели страховых продуктов и оптимизировать управление финансовыми рисками, связанными с жизнью и аннуитетами.

Теоретическая база для расчётов в задачах страхования жизни представлена в работах [1], [2]. Однако использование таблиц смертности из источника [3] имеет свои нюансы, а именно представленны в не очень удобочитаемом формате. Для преодоления этого ограничения целесообразно использовать специальные пакеты языка программирования Python. При необходимости в работе [4] приведены как интерполировать таблицы смертности для дробных возрастов в условиях кыргызстана, а в работе [5] приведен примеры применения численного метода Ньютона для задач страхования с применением параболической интерполяции таблиц смертности.

В рамках данной работы мы покажем, как с помощью численных методов может быть адаптирован для решения практических задач определения показателей особых видов аннуитетов на примере статистики таблиц смертности Кыргызстана [3]. Будут проанализированы возможности использования численных методов в различных страховых сценариях, а также приведены конкретные примеры его применения.

Рассмотрим следующий вид страховых аннуитетов: страховой аннуитет с переменными выплатами в имеющих рост на определенную сумму K в год, для человека в возрасте x лет.

$$A_x = V \cdot v \cdot p_x + (V + K) \cdot v^2 \cdot {}_2p_x + (V + 2K) \cdot v^3 \cdot {}_3p_x + \dots$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} (V + (j-1) \cdot K) \cdot v^j \cdot {}_jp_x \quad (1)$$

В данной формуле (1) все параметры легко определяются, кроме процентной ставки. Для определения показателей A_x, V, K достаточно использовать следующие формулы:

$$A_x = \sum_{j=1}^{\infty} (V + (j-1) \cdot K) \cdot v^j \cdot {}_jp_x$$

$$V = \frac{A_x - \sum_{j=1}^{\infty} (j-1) \cdot K \cdot v^j \cdot {}_jp_x}{\sum_{j=1}^{\infty} v^j \cdot {}_jp_x}$$

$$K = \frac{A_x - \sum_{j=1}^{\infty} V \cdot v^j \cdot {}_jp_x}{\sum_{j=1}^{\infty} (j-1) \cdot v^j \cdot {}_jp_x}$$

Для разработки алгоритма определения этих показателей достаточно использовать лишь одномерный цикл с загрузкой данных с таблицы смертности из [3]. Приведем листинги кода определения данных показателей, сначала предложим алгоритм для определения аннуитетного фактора:

```
1. from openpyxl import load_workbook
2. # Загрузка файла
3. wb = load_workbook('mtable.xlsx')
4. # Получение активного листа
5. sheet = wb.active
6. # Получение данных о смертности
7. l = []
8. d = []
9. for i in range(9,150):
10. k = sheet.cell(i,2).value
11. if isinstance(k,(int, float)):
    i. l.append(k)
    ii. d.append(sheet.cell(i,3).value)
12. x = int(input("Введите возраст: "))
13. interest = float(input("Введите рыночную процентную ставку: "))
```

```

14. V = float(input("Введите размер первоначальной премии:
    "))
15. K = float(input("Введите размер последующих увеличений:
    "))
16. A = 0
17. nu = 1/(1+interest)
18. for i in range(x, len(l)-1):
    a. p = l[i+1]/l[x]
    b. A += (V+(i-x)*K)*(nu**(i-x+1))*p
19. print("Размер аннуитетного фактора равна:", A)
    Файл 'mtable.xlsx' там хранятся данных из таблицы смертности

```

Кыргызстана. В строках кода 1-11 мы загружаем данные убирая лишние строки. Основной код это строки 17-18 и цикл на строке 18. Строка 19 выводит результат работы программы, Ниже приведем скриншот результата работы программы:

```

Введите возраст: 38
Введите рыночную процентную ставку: 0.1
Введите размер первоначальной премии: 1000
Введите размер последующих увеличений: 200
Размер аннуитетного фактора равна: 25550.142183497053

```

Рис 1. Скриншот определенного аннуитетного фактора

Теперь покажем алгоритм определения первого платежа V :

```

1. x = int(input("Введите возраст: "))
2. interest = float(input("Введите рыночную процентную
    ставку: "))
3. A = float(input("Введите размер аннуитетного фактора
    равна: "))
4. K = float(input("Введите размер последующих увеличений:
    "))
5. ch = A
6. zn = 0
7. nu = 1/(1+interest)
8. for i in range(x, len(l)-1):
9.     p = l[i+1]/l[x]
10.    ch -= ((i-x)*K)*(nu**(i-x+1))*p
11.    zn += (nu**(i-x+1))*p
12. V = ch/zn
13. print("размер первоначальной премии: ", V)

```

Здесь мы привели лишь основную часть кода и важным является то что для начала было необходимо вычислить через цикл одновременно и числитель и знаменатель, что оптимизирует наш код.

```
Введите возраст: 38
Введите рыночную процентную ставку: 0.1
Введите размер аннуитетного фактора равна: 25550.142
Введите размер последующих увеличений: 200
размер первоначальной премии: 999.9999804494352
```

Рис 2. Скриншот определенной первоначальной премии

Что касается скриншота (приведенного на рисунке 2.) программы она показывает правильность выбранного алгоритма, погрешность допущенная при вводе аннуитетного фактора как раз и дает малую погрешность в вычислении первоначальной премии. Аналогично приведем алгоритм для определения суммы последующих фиксированных увеличений:

```
x = int(input("Введите возраст: "))
interest = float(input("Введите рыночную процентную ставку: "))
V = float(input("Введите размер первоначальной премии: "))
A = float(input("Введите размер аннуитетного фактора равна: "))
ch = A
zn = 0
nu = 1/(1+interest)
for i in range(x, len(l)-1):
    p = l[i+1]/l[x]
    ch -= V*(nu**(i-x+1))*p
    zn += (i-x)*(nu**(i-x+1))*p
K = ch/zn
print("размер последующих увеличений: ", K)
```

Здесь также приведен только основной алгоритм определения фиксированной суммы последующих увеличений K .

```
Введите возраст: 38
Введите рыночную процентную ставку: 0.1
Введите размер первоначальной премии: 1000
Введите размер аннуитетного фактора равна: 25550.142
размер последующих увеличений: 199.99999772961158
```

Рис 3. Скриншот определенной суммы последующего увеличения

И на скриншоте (приведенно на рисунке 3.) выше показано правильность приведенного алгоритма, с контролируемыми погрешностями.

Теперь рассмотрим задачу по сложнее, определение рыночной процентной ставки. Для этого приведем формулу (1) к виду

$$f(v) = \sum_{j=1}^{\infty} (V + (j-1) \cdot K) \cdot v^j \cdot p_x - A_x$$

Теперь необходимо решить уравнение $f(v) = 0$. Решать будем методом дихотомии, просто потому что, для метода дихотомии достаточно выполнения только одного условия непрерывности и наличия решения, что у нас уже гарантируется. Но следует учитывать что здесь мы находим переменную v .

Приведем алгоритм на языке python:

```
1.  x = int(input("Введите возраст: "))
2.  A = float(input("Введите размер аннуитетного фактора:
"))
3.  V = float(input("Введите размер первоначальной премии:
"))
4.  K = float(input("Введите размер последующих увеличений:
"))
5.  ch = 0
6.  zn = 0
7.  nu1 = 1
8.  nu2 = 0.5
9.  eps = 0.001
10. A1 = A
11. for i in range(x, len(l)-1):
12.  p = l[i+1]/l[x]
13.  A1 -= (V+(i-x)*K)*(nu1**(i-x+1))*p
14.  A2 = A
15. for i in range(x, len(l)-1):
16.  p = l[i+1]/l[x]
17.  A2 -= (V+(i-x)*K)*(nu2**(i-x+1))*p
18.  c = 0
19. while abs(nu1-nu2)>eps:
20.  c += 1
21.  nu = (nu1+nu2)/2
22.  print(f"{c}-ое приближение процентной ставки
равна", 1/nu-1)
23.  An = A
```

```

24. for i in range(x, len(l)-1):
a.   p = l[i+1]/l[x]
b.   An -= (V+(i-x)*K)*(nu**(i-x+1))*p
25. if A1*An>0:
a.   A1 = An
b.   nu1 = nu
26. else:
a.   A2 = An
b.   nu2 = nu
27. print(f"Значение дисконтного множителя равна: ",nu)

```

Приведенный алгоритм имеет двойной цикл внешний (строки 19-26) для определения точности метода дихотомии, а внутренний (строки 24-26) для определения значения функции, строки 25-26 помогает определить границы следующего приближения. Приведем скриншот результатов

```

Введите возраст: 38
Введите размер аннуитетного фактора: 25550.142
Введите размер первоначальной премии: 1000
Введите размер последующих увеличений: 200
1-ое приближение процентной ставки равна 0.33333333333333326
2-ое приближение процентной ставки равна 0.1428571428571428
3-ое приближение процентной ставки равна 0.06666666666666665
4-ое приближение процентной ставки равна 0.10344827586206895
5-ое приближение процентной ставки равна 0.0847457627118644
6-ое приближение процентной ставки равна 0.09401709401709413
7-ое приближение процентной ставки равна 0.09871244635193133
8-ое приближение процентной ставки равна 0.1010752688172043
9-ое приближение процентной ставки равна 0.0998925886143931
Значение дисконтного множителя равна: 0.9091796875

```

Рис 4. Скриншот определенной рыночной процентной ставки

Приведенные скриншоты показывают корректность приведенных алгоритмов для определения показателей задач особых видов страхования.

Естественно, что можно привести аналогичные расчеты для задач страхования на дожитие, и для случаев с переменными процентными ставками ит.д.

Приведенные алгоритмы можно применять для практических задач, при разработке новых видов страхования жизни, а также данные алгоритмы можно

применять при обучении математическим методам экономики, актуарной математике, или прикладным математикам с экономическими профилями.

Литература

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. Перев. с англ. / Под ред. В.К. Малиновского. – М.: Янус-К, 2001. – 656 с., илл.
2. Фалин Г.И. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. — Издание 2-е, переработанное и дополненное. — М.: Анкил, 2002 г. 262 стр. ISBN 5-86476-194-X
3. Демографический ежегодник Кыргызской Республики: 2016-2020.-Б: Нацстатком Кырг. Респ., 2021:-312с. ISBN 978-9967-26-837-1
4. Назарбаев Ф.Т., Доолбекова А.У. Об одном методе интерполяции таблиц смертности для дробных возрастов // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 6-3 (69), июнь 2022, ISSN 2500-1000 стр. 103-107.
5. Назарбаев Ф.Т., Жакышова А.Ж., Нурлан кызы А., Турганбаев Б.Б. Применение метода ньютона для решения задач страхования жизни и аннуитетов // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 5-5 (92), 2024, ISSN 2500-1000 стр. 130-136.

Literature

1. Bauers N., Gerber H., Dzhons D., Nesbitt S., Hikman Dzh. Aktuarnaya matematika. Perv. s angl. / Pod red. V.K. Malinovskogo. – M.: YAnus-K, 2001. – 656 s., ill.
2. Falin G.I. Matematicheskie osnovy teorii strahovaniya zhizni i pensionnyh skhem. — Izdanie 2-e, pererabotannoe i dopolnennoe. — M.: Ankil, 2002 g. 262 str. ISBN 5-86476-194-H
3. Demograficheskiy ezhegodnik Kyrgyzskoj Respubliki: 2016-2020.-B: Nacstatkom Kyrg. Resp., 2021:-312s. ISBN 978-9967-26-837-1

4. Nazarbayev F.T., Doolbekova A.U. On one method of interpolation of mortality tables for fractional ages // International Journal of Humanities and Natural Sciences. 6-3 (69), June 2022, ISSN 2500-1000 pp. 103-107.
5. Nazarbaev F.T., Zhakyshova A.Zh., Nurlan kyzy A., Turganbaev B.B. Primenenie metoda n'yutona dlya resheniya zadach strakhovaniya zhizni i annuitetov // Mezhdunarodnyj zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk. 5-5 (92), 2024, ISSN 2500-1000 str. 130-136.