

**Орлов Михаил Сергеевич**, магистрант, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., г. Саратов

**Лаврентьев Евгений Андреевич**, магистрант, Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., г. Саратов

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ОСНОВНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ  
ПАРАМЕТРОВ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА  
ПЛАНЕРНОГО ВИДА С НЕПОДВИЖНЫМ КРЫЛОМ И V-ОБРАЗНЫМ  
ОПЕРЕНИЕМ**

**Аннотация**

В данной статье приводится краткое описание наиболее распространённых видов конфигураций беспилотных летательных аппаратов: самолётные конфигурации, коптерные конфигурации, гибридные конфигурации, – силовой установкой которых являются роторы, наиболее подробно рассматриваются гибридные конфигурации, включающие в себя самолётный и коптерный типы, а также приводиться математический расчёт основных аэродинамических параметров беспилотного летательного аппарата планерного вида с неподвижным крылом и V-образным оперением, сечением фюзеляжа в форме окружности и прямой консолью крыла для возможности дальнейшей разработки математической модели гибридной конфигурации БПЛА.

**Annotation**

This article provides a brief description of the most common types of configurations of unmanned aerial vehicles: airplane configurations, copter configurations, hybrid configurations., – The power plant of which are rotors, hybrid configurations, including aircraft and copter types, are considered in the most detail, as well as a mathematical calculation of the main aerodynamic parameters of an unmanned glider-type aircraft with a fixed wing and a V-shaped tail, a circular fuselage

section and a straight wing console for the possibility of further developing a mathematical model of the hybrid configuration of the UAV.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, планер, математический расчёт, V-образное оперение, аэродинамические параметры.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, the glider, mathematical calculation, V-TAIL, aerodynamic parameters.

**Введение.** Беспилотный летательный аппарат (далее БПЛА) — это летательный аппарат, который может быть управляемым или автономным, не имеет на борту пилота и управляется с помощью дистанционного управления или программного обеспечения.

БПЛА используются во многих областях, включая мониторинг и инспекция объектов, агрокультура, геодезия и картография, медиа сфера, службы спасения и аварийные службы, транспортировка малогабаритных грузов и развлечения. В настоящее время наиболее часто использование БПЛА в военной сфере, с их помощью также осуществляются перехват воздушных целей, диверсия и покрытие зон радиопомехами, целеуказание и управление огнём.

**Наиболее распространёнными конфигурациями БПЛА** считаются самолётные (с неподвижным крылом), коптерные и гибридные.

**Самолётные конфигурации БПЛА** подразделяются на *классические*, состоящие из элементов фюзеляжа, крыльев и хвостового оперения и *монокрылья*, так называемые «летающее крыло», представляющие из себя единый корпус – крыло, как правило без явно выраженного хвостового оперения, однако для боковой устойчивости применяются законцовки крыла (винглеты).

**Коптерные конфигурации БПЛА** — это летательные аппараты с несколькими несущими винтами (роторами), отсюда вводится понятие как *мультироторный БПЛА*.

Наименования конфигураций, как правило, заключается в объединении слова «коптер» со словом, обозначающим количество винтов (роторов),

например: *квадрокоптер*. Непосредственно роторы располагаются осью вращения вертикально на направляющих (лучах), идущих от рамы аппарата.

Рама представляет из себя площадку, состоящую из одной или нескольких уровней, располагающую на себе соответствующее беспилотному летательному аппарату оборудование, например: полётный контроллер, регуляторы оборотов, аккумулятор и т.п. Рама коптерного летательного аппарата также может быть закрыта корпусом (фюзеляжем).

**Гибридные конфигурации БПЛА** – представляют из себя непосредственное объединение нескольких видов конфигураций БПЛА, наиболее часто – самолётные и коптерные конфигурации.

Объединение двух вышеописанных видов позволяет летательному аппарату иметь их основные преимущества – скорость горизонтального полёта, дальность, обусловленная низким уровнем энергопотребления для поддержания аппарата в воздухе, возможность вертикального взлёта и посадки. Именно возможность вертикального взлёта и посадки лежит в наименовании гибридных конфигураций – *VTOL*, что расшифровывается как *Vertical Take Of and Landing* (вертикальные взлёт и посадка).

В свою очередь такие гибридные конфигурации вертикального взлёта и посадки, различаются способом размещения роторов – помимо *жёстко закреплённых роторов*, например четыре ротора вертикального полёта и один маршевый, встречаются *поворотные роторы*, когда за счёт возможности изменения угла атаки ротора, они используются как взлётные, так и как маршевые, и *роторы хвостового расположения*, когда аппарат при взлёте и посадке имеет расположение продольной оси (оси крена) по вертикали, и при переходе на горизонтальный полёт «падает» на крыло.

Наибольшую популярность промышленного применения БПЛА приобрели именно гибридные виды, как правило, на основе аппаратов с большим удлинением несущей плоскости (крыла), соответственно разработка математической модели аппарата вертикального взлёта и посадки начинается с расчёта основных аэродинамических параметров его самолётной составляющей.

**Рассмотрим возможность математического расчёта основных аэродинамических параметров беспилотного летательного аппарата планерного вида с неподвижным крылом и V-образным оперением.**

В качестве ориентировочных характеристик будущего БПЛА – начальных условий для математического расчёта, примем следующие параметры:

- размах крыла – 2 м;
- взлётная масса – 3 кг;
- скорость сваливания – 35 км/ч.

Для выбора профилей крыла и оперения воспользуемся атласом профилей [2] и определим оптимальные аэродинамические профили для планерного типа конфигурации БПЛА:

- профиль крыла – ЦАГИ Р-III-15,5;
- профиль оперения – ЦАГИ Р-II-10.

**Математический расчёт параметров несущих и рулевых плоскостей беспилотного летательного аппарата** осуществляется по формулам 1 – 9.

Расчёт *потребной площади несущего крыла* производится по следующей формуле:

$$S_{кр} = \frac{207 * m_{взл}}{C_{уаmax} * v_{св}^2} \approx 0,36 \text{ м}^2, \quad (1)$$

где  $m_{взл}$  – взлётная масса;

$C_{уаmax}$  – максимальный коэффициент подъёмной силы (для крыла без механизации принимается равным 1,4);

$v_{св}$  – скорость сваливания.

Длина *хорды несущего крыла* (ширины несущего крыла) рассчитывается по следующей формуле:

$$b_{кр} = \frac{S_{кр}}{L_{кр}} \approx 0,18 \text{ м}, \quad (2)$$

где  $L_{кр}$  – размах крыла.

Как правило, планерный вид летательного аппарата с неподвижным крылом имеет значение коэффициента удлинения от 10 единиц. Рассчитаем текущий *коэффициент удлинения несущего крыла* по следующей формуле:

$$L_{\text{удкр}} = \frac{L_{\text{кр}}^2}{S_{\text{кр}}} \approx 11, \quad (3)$$

таким образом начальные условия удовлетворяют требованиям конфигураций планерного вида БПЛА.

В качестве механизаций несущего крыла примем элероны, выполняющие роль стабилизации аппарата по оси крена (продольная ось БПЛА) и управления. Тогда суммарная *длина элеронов несущего крыла* будет равна 50% размаха несущего крыла, а *ширина элеронов несущего крыла* – 20% от хорды несущего крыла.

В соответствии с наименованием хвостового оперения – «V-образное», оно будет иметь две наклонённые друг к другу плоскости под углом в 45 градусов, что даёт равномерное распределение полезной площади хвостового оперения между стабилизации осей тангажа (поперечная ось БПЛА) и рысканья (вертикальная ось БПЛА), а также меньшим негативным влиянием механизации стабилизации и управления на крен (продольную ось БПЛА) при управлении или стабилизации рысканья (вертикальной оси БПЛА). Для дальнейшего расчёта *площади хвостового V-образного оперения* определим требуемые параметры к вертикальной и горизонтальной составляющих.

*Площадь горизонтальной составляющей хвостового оперения* принимается равной 25% от площади несущего крыла, таким образом рассчитывается по следующей формуле:

$$S_{\text{го}} = S_{\text{кр}} * 0,25 \approx 0,09 \text{ м}^2 \quad (4)$$

*Площадь вертикальной составляющей хвостового оперения* принимается равной 30% от площади горизонтальной составляющей хвостового оперения, таким образом рассчитывается по следующей формуле:

$$S_{\text{во}} = S_{\text{го}} * 0,3 \approx 0,027 \text{ м}^2 \quad (5)$$

Тогда *площадь хвостового V-образного оперения* рассчитывается по следующей формуле:

$$S_o = (S_{\text{го}} + S_{\text{во}}) * \sin 45^\circ \approx 0,0827 \text{ м}^2, \quad (6)$$

Размах хвостового V-образного оперения определяется с помощью коэффициента удлинения (возьмём наиболее средне-принятое значение – 7) и рассчитывается по следующей формуле:

$$L_o = \sqrt{L_{\text{удо}} * S_o} \approx 0,76 \text{ м}, \quad (7)$$

где  $L_{\text{удо}}$  – коэффициент удлинения горизонтального оперения.

Тогда хорда хвостового V-образного оперения будет равна:

$$b_o = \frac{S_o}{L_o} \approx 0,109 \text{ м} \quad (8)$$

Ширину механизации хвостового V-образного оперения примем равной 40% от соответствующей хорды, а длину механизации хвостового V-образного оперения будем считать приблизительно равной размаху хвостового V-образного оперения.

Плечо хвостового оперения (расстояние между консолями несущего крыла и хвостового оперения, а именно между их хордами) примем с коэффициентом 3,5, что позволит как сохранить уверенную управляемость аппарата, так и повысить стабильность брющего полёта, по следующей формуле:

$$L_{\text{пхо}} = 3,5 * b_{\text{кр}} \approx 0,63 \text{ м} \quad (9)$$

**Математический расчёт аэродинамических характеристик беспилотного летательного аппарата** осуществляется по формулам 10 – 24.

Начнём с расчёта удельной нагрузки на крыло по следующей формуле:

$$\frac{m_{\text{взл}}}{S_{\text{кр}}} = \frac{3}{0,34} \approx 8,83 \text{ кгс/м}^2 \quad (10)$$

Крыло аппарата примем как *прямоугольное*, таким образом не только упростим технологию, но и получим наилучшие характеристики подъёмной силы без излишнего «утекания» воздушного потока, однако возникшую при этом турбулентность на повышенной скорости полёта можно компенсировать добавлением законцовок (винглетов).

Тогда коэффициент несущей плоскости аппарата рассчитывается по следующей формуле:

$$m_k = \frac{C_{y\alpha\text{беск}} * b_{\text{кр}}}{4 * L_{\text{кр}}} = \frac{5,49 * 0,18}{4 * 2} \approx 0,12, \quad (11)$$

где  $C_{yабеск}$  – коэффициент подъёмной силы при бесконечном удлинении крыла (определяется в атласе профилей [2]).

*Производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки* находится по формуле:

$$C_{ya}^a = \pi * L_{удкр} * m_k * 1,2 = 3,14 * 11 * 0,12 * 1,2 \approx 5,17 \quad (12)$$

Тогда *критический угол атаки* в момент сваливания (момент обрыва подъёмной силы несущей плоскости аппарата) рассчитывается по следующей формуле:

$$a_{кр} = \frac{57,3 * C_{yaмакс}}{C_{ya}^a} + a_0 + 1 = \frac{57,3 * 0,93 * 1,58}{5,17} - 3,2 + 1 \approx 14,08 \text{ град}, \quad (13)$$

где  $C_{yaмакс}$  – максимальный коэффициент подъёмной силы (определяется в атласе профилей [2]).

*Скорость сваливания* (минимальная скорость для поддержания аппарата в воздухе несущими плоскостями) определяется по следующей формуле:

$$\vartheta_{св} = \left( \frac{207 * m_{взл}}{C_{yaмакс} * S_{кр}} \right)^{1/2} \approx 34,16 \text{ км/ч} \quad (14)$$

Тогда *коэффициент подъёмной силы* несущих плоскостей определяется по следующей формуле:

$$C_{ya} = \frac{207 * m_{взл}}{S_{кр} * \vartheta_{св}^2} \approx 1,47 \quad (15)$$

*Коэффициент сопротивления изолированного крыла при нулевой подъёмной силе* определяется по следующей формуле:

$$C_{хаизкр} = 1,85 * C_f * n_c \approx 0,082, \quad (16)$$

где  $C_f$  – коэффициент трения, равный 0,0029;

$n_c$  – коэффициент с учётом толщины профиля, равный 1,53 (для толщины профиля крыла 15,5% от хорды).

Для оптимального по размерам и допустимого объёма полезного пространства *ширину фюзеляжа* аппарата примем равной 130 мм.

Тогда *площадь крыла, перекрываемой фюзеляжем* аппарата определяется по формуле:

$$S_{крф} = b_{кр} * D_{\phi} \approx 0,0235 \text{ м}^2, \quad (17)$$

где  $D_{\phi}$  – ширина фюзеляжа.

Тогда коэффициент сопротивления крыла при нулевой подъёмной силе определяется по формуле:

$$C_{\text{хакр}} = C_{\text{хаизкр}} * \left(1 - \frac{k_{\text{инт}} * S_{\text{крф}}}{S_{\text{кр}}}\right) = 0,082 * \left(1 - \frac{0,5 * 0,0235}{0,3621}\right) \approx 0,0079, \quad (18)$$

где  $k_{\text{инт}}$  – коэффициент интерференции (для низкоплана принято выбирать равным 0,5).

Коэффициент сопротивления хвостового оперения определяется по формуле:

$$C_{\text{хахо}} = 1,85 * C_{f2} * n_{c2} \approx 0,0082, \quad (19)$$

где  $C_{f2}$  – принимаем равным 0,0033;

$n_{c2}$  – принимаем равным 1,35 (для толщины профиля оперения 10% от хорды).

Коэффициент сопротивления фюзеляжа определяется по формуле:

$$C_{\text{хаф}} = \frac{C_{f3} * n_{c3} * F_f}{S_{\text{псф}}} = \frac{0,0024 * 1,35 * 0,176}{0,013} \approx 0,0439, \quad (20)$$

где  $S_{\text{псф}}$  – площадь наибольшего поперечного сечения фюзеляжа, при условии, что сечение фюзеляжа аппарата представляет из себя окружность, составляет 0,013 м<sup>2</sup>.

Тогда общий коэффициент сопротивления аппарата определяется по следующей формуле:

$$C_{x0} = 1,05 * \frac{C_{\text{хакр}} * S_{\text{кр}} + C_{\text{хахо}} * S_{\text{го}} + C_{\text{хахо}} * S_{\text{во}} + C_{\text{хаф}} * S_{\text{псф}}}{S_{\text{кр}}} =$$
$$1,05 * \frac{0,0079 * 0,3621 + 0,0082 * (0,0905 + 0,0272) + 0,0439 * 0,013}{0,3621} \approx 0,0128 \quad (21)$$

Индуктивное сопротивление крыла определяется по формуле:

$$C_{\text{хאי}} = \frac{(1 + 0,05) * C_{ya}^2}{\pi * L_{\text{удк}}} \approx 0,0027 \quad (22)$$

Тогда коэффициент сопротивления несущих плоскостей определяется по следующей формуле:

$$C_{\text{ха}} = C_{x0} + C_{\text{хאי}} * C_{ya}^2 = 0,0128 + 0,0027 * 1,47^2 \approx 0,0187 \quad (23)$$



И, наконец, *наименьшая требуемая тяга* силовой установки аппарата для поддержания скорости сваливания в горизонтальном полёте определяется по следующей формуле:

$$P_{\text{тр}} = \frac{0,55 \cdot m_{\text{взл}} \cdot C_{xa} \cdot 3600}{207 \cdot C_{ya}} = \frac{0,55 \cdot 3 \cdot 0,0187 \cdot 3600}{207 \cdot 1,47} \approx 0,365 \text{ кг} \quad (24)$$

**Заключение.** В ходе математического расчёта получены следующие основные аэродинамические параметры беспилотного летательного аппарата планерного вида с неподвижным крылом и V-образным оперением:

- параметры несущей плоскости;
- параметры плоскостей хвостового оперения;
- коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления;
- критический угол атаки, скорость сваливания и требуемая тяга силовой установки.

Полученные параметры позволяют перейти к непосредственной разработке математической модели гибридного БПЛА вертикального взлёта и посадки.

В данной статье приведено краткое описание наиболее распространённых видов БПЛА и предложен один из возможных путей математического расчёта основных аэродинамических параметров БПЛА с неподвижным крылом.

### Литература

1. Фролов В.А. Аэродинамические характеристики профиля и крыла // Издательство СГАУ. 2007. Самарский государственный аэрокосмический университет ISBN 978-5-7883-0625-4
2. Шахов В.Г. Аэродинамические профили // Куйбышев. 1983. УДК 629.7.015.3: 533.69.01
3. Кашафутдинов С.Т., Лушин В.Н. Атлас аэродинамических характеристик крыловых профилей // Редакционно-полиграфическое объединение СО РАСХН. 1994. 633I28. Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина.

4. Бадрухин Ю.И. Руководство для конструкторов летательных аппаратов  
самодельной постройки //
- Изд. Ред. Е. В. Григорова. 1989. УДК 629.7.02:539.4. Сибирский научно-  
исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина.
5. Кондратьев В. Двигатель – воздушный винт //
- Общественное КБ «М-К». 1988. ЦК ВЛКСМ. №12

### **Literature**

1. Frolov V.A. Aerodynamic characteristics of the profile and wing //
- SSAU Publishing House. 2007. Samara State Aerospace University ISBN 978-  
5-7883-0625-4
2. Shakhov V.G. Aerodynamic profiles //
- Kuibyshev. 1983. UDC 629.7.015.3: 533.69.01
3. Kasafutdinov S.T., Lushin V.N. Atlas of aerodynamic characteristics of wing  
profiles //
- Editorial and polygraphic association WITH RASN. 1994. 633I28. Siberian  
Scientific Research Institute of Aviation named after S. A. Chaplygin.
4. Badrukhin Yu.I. Manual for designers of amateur-built aircraft //
- Ed. by E. V. Grigorov. 1989. UDC 629.7.02:539.4. Siberian Scientific Research  
Institute of Aviation named after S. A. Chaplygin
5. Kondratiev V. The propulsor is an air screw //
- Public Design Bureau "M-K". 1988. Komsomol Central Committee. No. 12