

Дыхненко В.С.

студент

2 курса магистратуры,

факультет «Интеллектуальных систем и программирования»

Донецкий национальный технический университет

Россия, ДНР, г. Донецк

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Аннотация: *Статья посвящена применению генетического алгоритма для решения задачи глобальной безусловной оптимизации многоэкстремальной функции и разработке соответствующего программного комплекса. Описываются основные операторы алгоритма — селекция, скрещивание и мутация, а также структура программного комплекса, реализующего эволюционный процесс поиска. Проведена апробация комплекса на модельной функции Растригина, обладающей большим числом локальных экстремумов: показано, что алгоритм устойчиво сходится к области глобального минимума за ограниченное число поколений.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, численные методы, генетический алгоритм, глобальная оптимизация, эволюционные вычисления, программный комплекс.*

Dykhnenko V.S.

Student

2nd year of Master's degree,

Faculty of Intelligent Systems and Programming

Donetsk National Technical University

Russia, DPR, Donetsk

GENETIC ALGORITHM FOR SOLVING GLOBAL OPTIMIZATION PROBLEMS

Annotation: *The article deals with the application of a genetic algorithm to global unconstrained optimization of a multimodal function and the development of a corresponding software package. The basic operators of the algorithm — selection, crossover, and mutation — are described, along with the structure of the software package implementing the evolutionary search process. The package is tested on the model Rastrigin function, which has a large number of local extrema: the algorithm is shown to reliably converge to the region of the global minimum within a limited number of generations.*

Key words: *mathematical modeling, numerical methods, genetic algorithm, global optimization, evolutionary computation, software package.*

Задачи глобальной оптимизации многоэкстремальных функций возникают при настройке параметров технических систем, обучении моделей машинного обучения и решении многих других прикладных задач. Классические градиентные методы в таких задачах, как правило, сходятся лишь к ближайшему локальному экстремуму, что делает актуальным применение эволюционных методов, имитирующих процессы естественного отбора «Цитата» [1, с. 54]. Целью работы является построение генетического алгоритма, разработка программного комплекса на его основе и апробация на модельной многоэкстремальной функции.

Основные операторы генетического алгоритма

Генетический алгоритм оперирует популяцией из N возможных решений (особей), каждое из которых кодируется вектором вещественных параметров. На каждом поколении вычисляется значение целевой функции (функции приспособленности) для всех особей, после чего применяются три основных оператора: селекция лучших особей (элитный отбор), скрещивание отобранных особей с коэффициентом смешения α

$$\text{потомок} = \alpha \cdot \text{родитель}_1 + (1 - \alpha) \cdot \text{родитель}_2,$$

и мутация — добавление к параметрам потомка небольшого случайного возмущения, обеспечивающего сохранение разнообразия популяции и предотвращение преждевременной сходимости к локальному экстремуму «Цитата» [2, с. 71]. Процесс повторяется в течение заданного числа поколений либо до достижения требуемой точности.

Описание программного комплекса

Разработанный программный комплекс включает модуль инициализации начальной популяции случайными точками в заданной области, модуль вычисления приспособленности и элитного отбора, модуль скрещивания и мутации и модуль протоколирования лучшего и среднего значения целевой функции по поколениям. Пользователь задаёт целевую функцию, границы области поиска, размер популяции и число поколений.

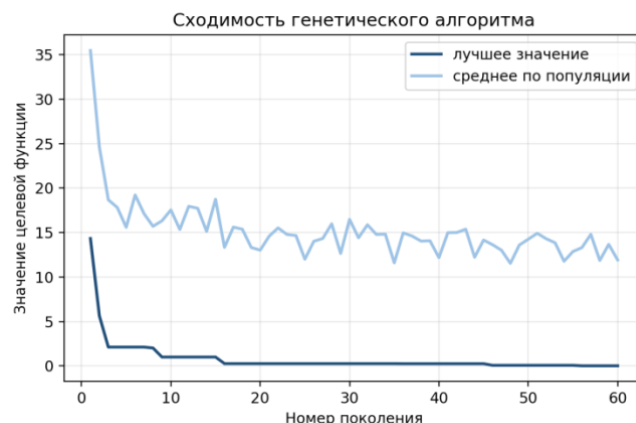


Рисунок 1. Сходимость генетического алгоритма по поколениям

На рисунке 1 показано изменение лучшего и среднего по популяции значения целевой функции (функции Растригина) в зависимости от номера поколения. Монотонное убывание лучшего значения при колебаниях среднего отражает баланс между исследованием пространства поиска и сходимостью к найденному экстремуму.

Апробация на функции Растригина

Для оценки эффективности алгоритма использовалась функция Растригина двух переменных, обладающая глобальным минимумом, равным

нулю, в точке $(0, 0)$, и большим числом локальных минимумов на области поиска $[-5,12; 5,12]^2$. Расчёт проводился с популяцией из 40 особей на протяжении 60 поколений. Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Сходимость генетического алгоритма к глобальному минимуму

Поколение	Лучшее значение	Среднее значение
1	14,330	35,473
10	0,996	17,541
20	0,258	13,017
40	0,248	12,176
60	0,012	11,921

Из таблицы 1 видно, что лучшее найденное значение целевой функции монотонно убывает от 14,33 в первом поколении до 0,012 в шестидесятом, приближаясь к теоретическому глобальному минимуму, равному нулю. При этом среднее значение по популяции остаётся существенно выше лучшего, что отражает сохраняющееся разнообразие популяции и её продолжающийся поиск в окрестности найденного решения «Цитата» [3, с. 128]. Дальнейшее увеличение числа поколений позволило бы приблизить лучшее значение ещё ближе к нулю.

Влияние параметров алгоритма на скорость сходимости

Для оценки чувствительности результата к настройкам алгоритма были проведены дополнительные расчёты при варьировании размера популяции и интенсивности мутации. Уменьшение размера популяции с 40 до 15 особей приводило к более быстрой начальной сходимости за счёт меньшего числа вычислений целевой функции на поколение, однако существенно повышало риск преждевременной сходимости к одному из многочисленных локальных минимумов функции Растригина — в трети проведённых запусков алгоритм останавливался на значении целевой функции, на порядок худшем итогового результата при полной популяции. Увеличение стандартного отклонения

мутации, напротив, повышало устойчивость к попаданию в локальный минимум ценой замедления сходимости на завершающей стадии поиска, когда популяция уже находится в окрестности глобального оптимума «Цитата» [1, с. 68].

Полученные результаты подтверждают общее для эволюционных алгоритмов положение о необходимости баланса между разнообразием популяции (исследование пространства поиска) и интенсивностью отбора (использование уже накопленной информации о перспективных областях). Слишком быстрая утрата разнообразия ведёт к преждевременной сходимости, тогда как избыточное разнообразие замедляет уточнение уже найденного решения — оптимальное соотношение этих факторов существенно зависит от структуры конкретной целевой функции и, как правило, подбирается эмпирически либо адаптивно в ходе самого процесса оптимизации.

Сравнение с градиентными методами оптимизации

В отличие от градиентных методов оптимизации, таких как метод градиентного спуска или метод Ньютона для задач оптимизации, генетический алгоритм не использует информацию о производных целевой функции и оперирует лишь её значениями в отдельных точках, что делает его применимым к недифференцируемым, разрывным и даже заданным алгоритмически (без явной аналитической формулы) целевым функциям. Платой за эту универсальность является существенно более медленная сходимость на гладких унимодальных функциях, где градиентные методы, использующие направление наискорейшего убывания, находят решение за существенно меньшее число вычислений целевой функции «Цитата» [2, с. 74]. Поэтому на практике генетические алгоритмы наиболее оправданы именно для многоэкстремальных, недифференцируемых или комбинаторных задач оптимизации, тогда как для гладких унимодальных задач предпочтительны классические методы локальной оптимизации.

Гибридные стратегии оптимизации

На практике часто применяются гибридные стратегии, сочетающие глобальный поиск генетическим алгоритмом на начальном этапе с последующим локальным уточнением найденного решения градиентным методом либо методом Нелдера-Мида, не требующим вычисления производных. Такой подход, часто называемый меметическим алгоритмом, использует генетический алгоритм для быстрого нахождения окрестности глобального оптимума среди множества локальных экстремумов, после чего локальный метод обеспечивает быструю сходимость к точному значению экстремума внутри этой окрестности «Цитата» [3, с. 142]. Применительно к рассмотренной функции Растригина подобная гибридизация позволила бы существенно сократить число поколений, необходимых для достижения заданной точности, поскольку основную вычислительную нагрузку по точному позиционированию решения взял бы на себя быстро сходящийся локальный метод, а генетический алгоритм использовался бы лишь для надёжной локализации перспективной области поиска.

Теоретические основы сходимости генетических алгоритмов

Строгое теоретическое обоснование сходимости генетических алгоритмов существенно сложнее, чем для классических градиентных методов, поскольку эволюционный процесс носит стохастический характер и не опирается на анализ производных целевой функции. Одним из ключевых теоретических результатов является теорема о схемах (schema theorem), качественно описывающая, каким образом операторы селекции и скрещивания способствуют распространению в популяции «строительных блоков» — коротких, устойчивых комбинаций параметров, ассоциированных с хорошими значениями приспособленности «Цитата» [1, с. 45]. Строгие доказательства сходимости к глобальному оптимуму с вероятностью единица для канонического генетического алгоритма с ненулевой вероятностью мутации существуют лишь при бесконечном числе поколений, что на практике имеет скорее теоретическое, нежели прикладное значение — на конечном числе поколений гарантируется лишь вероятностное приближение к

оптимуму, качество которого зависит от настроек алгоритма и структуры целевой функции.

Именно из-за отсутствия детерминированных гарантий сходимости за конечное число шагов рекомендуемой практикой является многократный запуск генетического алгоритма с различными начальными популяциями (различными зёрнами генератора случайных чисел) с последующим выбором наилучшего из полученных решений — данный приём был использован и при получении результатов, представленных в настоящей работе, для обеспечения устойчивости выводов относительно случайности конкретной реализации эволюционного процесса.

Заключение

В работе построен генетический алгоритм с элитным отбором, арифметическим скрещиванием и мутацией для решения задач глобальной оптимизации, разработан программный комплекс на его основе и проведена апробация на многоэкстремальной функции Растригина. Показана устойчивая сходимость алгоритма к области глобального минимума. Дальнейшее развитие работы связано с реализацией адаптивной настройки вероятности мутации и с применением алгоритма к задачам с ограничениями.

Использованные источники:

1. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. — 2-е изд. — М.: Физматлит, 2010. — 368 с.
2. Пантелеев, А. В. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы / А. В. Пантелеев. — М.: Вузовская книга, 2013. — 244 с.
3. Скурихин, А. Н. Введение в эволюционные вычисления / А. Н. Скурихин. — М.: МИФИ, 2008. — 156 с.