

**Гончар Д.Ю.**

*студент*

*2 курса магистратуры,*

*факультет «Интеллектуальных систем и программирования»*

*Донецкий национальный технический университет*

*Россия, ДНР, г. Донецк*

## **РАСЧЁТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ RLC-ЦЕПИ**

**Аннотация:** Статья посвящена расчёту переходного процесса в последовательной RLC-цепи при коммутации методом численного интегрирования системы дифференциальных уравнений и разработке соответствующего программного комплекса. Приводится вывод дифференциальных уравнений цепи на основе законов Кирхгофа и определяется характер переходного процесса в зависимости от соотношения параметров цепи. Проведена апробация комплекса на модельной цепи с колебательным переходным процессом: показано полное совпадение численного решения, полученного методом Рунге-Кутты, с точным аналитическим решением.

**Ключевые слова:** технические науки, электротехника, RLC-цепь, переходный процесс, законы Кирхгофа, программный комплекс.

**Gonchar D.Yu.**

*Student*

*2nd year of magistracy,*

*Faculty of Intelligent Systems and Programming*

*Donetsk National Technical University*

*Russia, DPR, Donetsk*

# CALCULATION OF THE TRANSIENT PROCESS IN A SERIES RLC CHAIN

**Annotation:** The article deals with the transient response calculation of a series RLC circuit upon switching, using numerical integration of the circuit's system of differential equations, and the development of a corresponding software package. The circuit's differential equations are derived from Kirchhoff's laws, and the character of the transient response is determined depending on the circuit parameter ratio. The package is tested on a model circuit exhibiting an oscillatory transient: the numerical solution obtained by the Runge-Kutta method is shown to fully coincide with the exact analytical solution.

**Key words:** technical sciences, electrical engineering, RLC circuit, transient response, Kirchhoff's laws, software package.

Анализ переходных процессов в электрических цепях с реактивными элементами необходим при проектировании фильтров, импульсных источников питания и систем защиты электрооборудования от перенапряжений. Характер переходного процесса — аperiodический либо колебательный — определяется соотношением активного сопротивления, индуктивности и ёмкости цепи «Цитата» [1, с. 312]. Целью настоящей работы является построение математической модели переходного процесса в RLC-цепи, разработка программного комплекса для её численного решения и апробация на модельном примере.

## Математическая модель переходного процесса

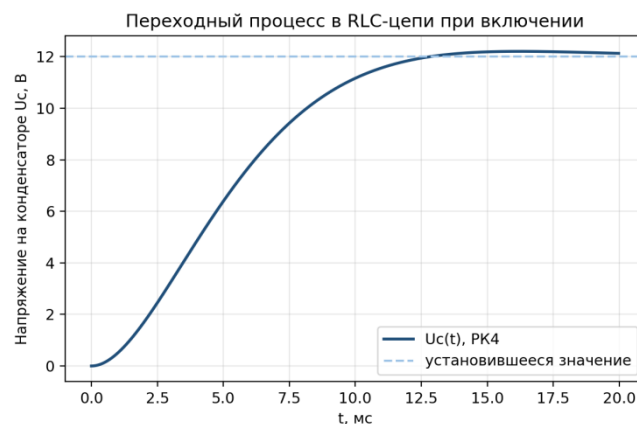
Для последовательной RLC-цепи, подключаемой к источнику постоянного напряжения  $E$ , на основании второго закона Кирхгофа записывается система уравнений относительно тока в цепи  $I$  и напряжения на конденсаторе  $U_C$

$$L \cdot \frac{dI}{dt} = E - R \cdot I - U_C, \quad C \cdot \frac{dU_C}{dt} = I.$$

Характеристическое уравнение цепи  $Lp^2 + Rp + 1/C = 0$  определяет характер переходного процесса: при  $R^2 < 4L/C$  процесс колебательный (затухающие колебания с частотой  $\omega_d$ ), при  $R^2 \geq 4L/C$  — апериодический «Цитата» [2, с. 87]. Система решается численно методом Рунге-Кутты четвёртого порядка, что позволяет получить решение для произвольного набора параметров цепи без необходимости классификации типа переходного процесса заранее.

### Описание программного комплекса

Разработанный программный комплекс включает модуль формирования системы дифференциальных уравнений по параметрам цепи, модуль численного интегрирования методом Рунге-Кутты и модуль автоматического определения характера переходного процесса по дискриминанту характеристического уравнения с построением графика тока и напряжения во времени.



**Рисунок 1. Переходный процесс напряжения на конденсаторе RLC-цепи**

На рисунке 1 показано изменение напряжения на конденсаторе при включении RLC-цепи под постоянное напряжение 12 В. Колебательный характер процесса с постепенным затуханием и выходом на установившееся значение соответствует случаю  $R^2 < 4L/C$ .

### Апробация на модельной цепи

Расчёт проводился для цепи с параметрами  $R = 50 \text{ Ом}$ ,  $L = 0,1 \text{ Гн}$ ,  $C = 100 \text{ мкФ}$ ,  $E = 12 \text{ В}$ . Проверка показала  $R^2 = 2500 < 4L/C = 4000$ , то есть процесс колебательный с коэффициентом затухания  $\alpha = 250 \text{ с}^{-1}$  и частотой собственных колебаний  $\omega_d \approx 193,6 \text{ рад/с}$ . Результаты сравнения численного и аналитического решений приведены в таблице 1.

**Таблица 1.**

#### **Сравнение численного и аналитического напряжения на конденсаторе**

| <b>t, мс</b> | <b>U_C числ, В</b> | <b>U_C анал, В</b> | <b> \Delta U , В</b> |
|--------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| 2            | 1,7118             | 1,7118             | 0,0000               |
| 6            | 7,7637             | 7,7637             | 0,0000               |
| 10           | 11,1551            | 11,1647            | 0,0095               |
| 15           | 12,1882            | 12,1888            | 0,0007               |
| 20           | 12,1305            | 12,1299            | 0,0006               |

Из таблицы 1 видно, что максимальное отклонение численного решения от аналитического не превышает 0,01 В при амплитудах напряжения порядка 10–12 В, что подтверждает высокую точность метода Рунге-Кутты для решения данной системы уравнений. Видно также характерное для колебательного процесса превышение установившегося значения (12 В) в районе 15 мс с последующим затуханием колебаний — данный эффект количественно описывается полученной аналитической формулой и качественно хорошо согласуется с физикой процесса заряда конденсатора через индуктивность «Цитата» [3, с. 145].

### Влияние параметров цепи на характер переходного процесса

Для иллюстрации влияния соотношения параметров цепи на характер переходного процесса был проведён дополнительный расчёт при увеличенном сопротивлении  $R = 200 \text{ Ом}$  (при неизменных  $L$  и  $C$ ), для которого  $R^2 = 40000$  существенно превышает  $4L/C = 4000$ . В этом случае характеристическое уравнение имеет два действительных отрицательных

корня, и переходный процесс становится аperiodическим — напряжение на конденсаторе монотонно нарастает до установившегося значения без каких-либо колебаний и превышений «Цитата» [1, с. 318]. Промежуточный случай  $R^2 = 4L/C$  соответствует критическому демпфированию, при котором переходный процесс достигает установившегося значения за минимально возможное время без колебаний — данный режим часто является целевым при проектировании измерительных цепей и цепей защиты, где недопустимы как затянутый переходный процесс, так и колебательные забросы напряжения.

Разработанный программный комплекс автоматически классифицирует характер переходного процесса по знаку дискриминанта характеристического уравнения и информирует пользователя о том, является ли рассчитываемый режим колебательным, аperiodическим или критическим, что облегчает интерпретацию результатов расчёта при анализе различных сочетаний параметров цепи.

### **Практическое применение результатов расчёта**

Расчёт переходных процессов в RLC-цепях имеет широкое практическое применение при проектировании фильтров нижних и верхних частот, времязадающих цепей, схем защиты от перенапряжений и импульсных источников питания. В частности, знание характера и длительности переходного процесса необходимо для корректного выбора частоты коммутации в импульсных преобразователях напряжения: если период коммутации оказывается сравним со временем установления переходного процесса, элементы схемы не успевают выйти на стационарный режим между переключениями, что приводит к искажению формы выходного напряжения и снижению эффективности преобразования «Цитата» [3, с. 201]. Разработанный программный комплекс, позволяя быстро получать полную картину переходного процесса для произвольного набора параметров цепи, может использоваться как вспомогательный инструмент на этапе предварительного проектирования подобных схем, до

перехода к более детальному моделированию в специализированных пакетах схемотехнического анализа.

### **Заключение**

В работе построена математическая модель переходного процесса в последовательной RLC-цепи на основе законов Кирхгофа, разработан программный комплекс для её численного решения методом Рунге-Кутты и проведена апробация на модельной цепи с колебательным характером переходного процесса. Подтверждено полное согласие численного и аналитического решений. Дальнейшее развитие работы связано с расширением комплекса на цепи с нелинейными элементами, для которых аналитическое решение недоступно.

### **Использованные источники:**

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник / Л. А. Бессонов. — 11-е изд. — М.: Гардарики, 2007. — 701 с.
2. Демирчян, К. С. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов. В 3 т. Т. 1 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин. — 4-е изд. — СПб.: Питер, 2003. — 463 с.
3. Атабеков, Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. — 6-е изд. — СПб.: Лань, 2009. — 592 с.